



**Escola de Camins**  
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports  
UPC BARCELONATECH

## TESIS DE MÁSTER

Titulo

**Estudio de la inestabilidad frente a cortante de  
vigas curvas armadas de acero**

Autor

**Ezequiel Enrique Rodriguez Torres**

Tutor

**Enrique Mirambell Arrizabalaga**

Departamento

**Ingeniería de la Construcción**

Intensificación:

**Tecnología de Estructuras**

Fecha

**25 de febrero de 2016**

## **Agradecimientos**

El trabajo se ha desarrollado con el objetivo de ser utilizado como tesis final de mi Master en Ingeniería Estructural y de la Construcción

Quiero expresar mi agradecimiento especial a mi supervisor por haberme concedido el voto de confianza para cursar esta investigación al Doctor, Enrique Mirambel, que me apoyo continuamente para mejorar el trabajo de investigación

Me gustaría dar las gracias a todo tipo de ayuda y apoyo a los miembros Departamento de Ingeniería de la Construcción de la Universidad Politécnica de Cataluña.

Me gustaría expresar mi agradecimiento más personal para mi hermano y compañero de estudio Ángel Rodríguez por su apoyo emocional y su ayuda técnica en diferentes puntos en el proceso de elaboración de esta tesis.

Un agradecimiento especial también a mi familia y todas aquellas personas que me han apoyado emocionalmente para lograr realizar esta investigación.

Barcelona, Enero de 2016

## Abstract

The use of steel I-girders that are curved in plan is increasingly common in civil engineering, being used in structures such as roads and footbridges. The current European design provisions for steel I-girders are covered by Eurocode 3, namely in EN 1993-1-5. However, the guidance provided for shear resistance is only applicable to straight girders in plan.

This paper presents a numerical study of the structural behavior of curved steel I-girders primarily subjected to shear, considering non-linear material behavior and geometrical nonlinearities and imperfections. The numerical study was undertaken in Ansys using finite element numerical models. The numerical results derived from the present study are compared with experimental and numerical results obtained by other authors (Shanmugam *et al.* 2003) and exhibit good agreement with them.

In order to assess the shear resistance of curved steel I-girders, a series of parametric studies were carried out to extend the results over a wide range of curved steel I-girder geometries. The aspect ratio, web slenderness and fundamental curvature parameter, the ratio of the distance between the transverse stiffeners and the radius of curvature in plan were considered.

The analysis of the results is mainly focused on the influence of the horizontal curvature on the elastic critical shear buckling force and the ultimate shear resistance of transversely stiffened curved steel I-girders. Recommendations for the applicability of the design provisions for straight steel I-girders to the case of curved steel I-girders are provided, with these recommendations being in line with those obtained by other authors (Lee and Yoo, 1999; Jung and White, 2006).

## Resumen

El uso de vigas armadas de acero con curvatura horizontal es cada vez más común en la ingeniería civil, utilizándolas en estructuras tales como carreteras y puentes peatonales. Las disposiciones de diseño europeas actuales para vigas armadas de acero están cubiertas por el Eurocódigo 3, es decir en la norma EN 1993-1-5. Sin embargo, la orientación proporcionada para el cálculo de la resistencia última a esfuerzos cortantes sólo es aplicable a vigas rectas.

Este trabajo presenta un estudio numérico del comportamiento estructural de vigas armadas de acero con curvatura horizontal principalmente sometidas a cortante, teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del material, no linealidades geométricas y las imperfecciones. El estudio numérico se realizó en Ansys utilizando modelos numéricos de elementos finitos. Los resultados numéricos derivados del presente estudio se comparan con los resultados experimentales y numéricos obtenidos por otros autores (Shanmugam *et al.* 2003) encontrando buen acercamiento.

A fin de evaluar la resistencia a esfuerzos cortantes de vigas armadas de acero, una serie de estudios paramétricos se llevaron a cabo para extender los resultados a través de una amplia gama de geometrías de vigas armadas con curvatura. La relación de aspecto, de esbeltez del alma y el parámetro fundamental curvatura, la relación de la distancia entre los rigidizadores transversales y el radio de curvatura en planta se consideraron.

El análisis de los resultados se centra principalmente en la influencia de la curvatura horizontal de la fuerza elástica de inestabilidad por cortante crítico y la resistencia última a cortante de vigas armadas de acero. Recomendaciones para la aplicabilidad de las disposiciones de diseño de vigas armadas de acero al caso de vigas armadas de acero con curvatura se proporcionan, con estas recomendaciones de estar en línea con los obtenidos por otros autores (Lee y Yoo, 1999; Jung y White, 2006).

## Tabla de contenido

1.	Introducción.....	1
1.1.	Planteamiento del Problema.....	1
1.2.	Objetivos .....	2
1.2.1.	Objetivos generales .....	2
1.2.2.	Objetivos específicos .....	2
1.3.	Contenido del documento.....	2
2.	Estado del conocimiento .....	4
2.1.	Comportamiento pre-crítico. Pandeo por esfuerzos cortantes.....	4
2.2.	Comportamiento post-crítico. Método del girado de campo de tensiones .....	6
2.3.	Resistencia de paneles de acero a esfuerzo cortante (EN1993-1-5).....	8
2.3.1.	Estudio experimental previo. Resistencia a esfuerzos cortantes de vigas curvas armadas 10	
2.3.2.	Estudios numéricos previos. Vigas armadas con curvatura horizontal .....	14
3.	Desarrollo del modelo numérico .....	17
3.1.	Descripción del modelo y verificación.....	18
3.1.1.	Tipo de elemento finito aplicado .....	18
3.1.2.	Geometría del modelo numérico .....	19
3.1.3.	Propiedades de los materiales.....	22
3.1.4.	Imperfecciones aplicadas.....	23
3.1.4.1.	Análisis EN 1993-1-5. Anexo C.....	24
3.1.4.2.	Modelización numérica de acuerdo con EN 1993-1-5 Anexo C.....	25
3.1.5.	Tipo de análisis utilizado.....	28
3.1.6.	Análisis de tamaño de malla de elementos finitos.....	29
3.1.7.	Verificación del modelo .....	30
4.	Estudio paramétrico.....	34
4.1.	Modelo de elementos finitos utilizado en el estudio paramétrico .....	34
4.1.1.	Información general sobre el esquema de la investigación numérica .....	34
4.1.2.	Definición de prototipos a utilizar.....	35
4.1.2.1.	Geometrías analizadas .....	35
4.1.2.2.	Condiciones de contorno y carga aplicada .....	36
4.1.3.	Parámetros de estudio.....	37
4.2.	Análisis numérico. Inestabilidad por esfuerzo cortante de vigas curvas .....	38

4.2.1.	Vigas curvas de alma poco esbeltas ( $hw/tw = 83,33$ ).....	41
4.2.2.	Vigas curvas de almas esbeltas ( $hw/tw = 166,67$ ).....	47
4.2.3.	Vigas curvas de almas muy esbeltas ( $hw/tw = 200,00$ ) .....	53
4.3.	Resultados numéricos vs. EN1993-1-5 .....	58
4.2.1.	Carga crítica elástica por esfuerzos cortantes ( $V_{cr}$ ).....	58
4.3.2.	Resistencia en estado limite último por inestabilidad de esfuerzos cortantes ( $V_b, R_d$ )	59
5.	Conclusiones y perspectivas futuras.....	63
5.1.	Resumen del trabajo de investigación .....	63
5.2.	Conclusión.....	63
5.3.	Perspectivas Futuras .....	65
6.	Referencias .....	66
ANEXO-A.	.....	69

# 1. Introducción

## 1.1. Planteamiento del Problema

El uso de vigas armadas de acero con curvatura horizontal es cada vez más común en la ingeniería civil, por tal razón es de gran interés comprender el comportamiento y desarrollar guías de diseño para este tipo de estructuras. Uno de los fenómenos que tiene particular interés para ser estudiado es la resistencia a esfuerzos cortantes, que ha sido objeto de investigación por varios autores de forma analítica y experimentalmente.

La investigación previa ha demostrado que la resistencia al pandeo elástico de un panel de alma con curvatura es mayor que la de un panel de viga recta con la misma relación de aspecto, propiedad de material, relación de esbeltez del alma y condiciones de contorno (Culver *et al.* 1972; Davidson 1996; Lee y Yoo. 1999; White *et al.* 2001). Sin embargo, el aumento de resistencia debido a la curvatura horizontal es generalmente pequeña en relación con la capacidad por esfuerzos cortantes. Las actuales guías de diseño de viga armadas de acero en Europa (Eurocódigo 3, EN 1993-1-5) ignoran este beneficio y no poseen una ecuación para calcular la resistencia última por esfuerzos cortantes de vigas armadas con curvatura horizontal, teniendo como única herramienta de diseño la formulación para vigas armadas rectas.

Las investigaciones experimentales por Mozer *et al.* (1970, 1971 y 1973), Nakai (1984a, 1984b, 1985a y 1985b), Lee y Yoo, (1999), White *et al.*, (2001), Zureick (1998) y Zureich *et al.* (2002), demostraron que la curvatura horizontal reduce la resistencia a esfuerzos cortantes de los paneles de alma curvo respecto a paneles rectos equivalentes. Sin embargo, se encontró esta reducción insignificante de acuerdo a las curvaturas horizontales estudiadas, es decir  $L/R < 0,10$  y  $a/R < 0,08$ . Los investigadores Lee y Yoo (1999) y White *et al.* (2001) han confirmado estos resultados analíticamente.

A pesar de los estudios analíticos y numéricos disponibles en el comportamiento de esfuerzos cortantes y resistencia última de vigas curvas armadas, solo se han enfocado con relación de aspecto  $a/h_w < 3$ . Las únicas limitaciones que se encuentran actualmente para el diseño de este tipo de vigas se encuentran en guías de diseño de puentes curvos en la normativa AASHTO LRFD (AASHTO, 2003), en relación con la formulación que ella contiene para vigas rectas, siendo diferente al Eurocódigo 3 EN 1993-1-5 para este tipo de vigas.

### 1.2. Objetivos

#### 1.2.1. Objetivos generales

Estudiar la inestabilidad frente a esfuerzos cortantes de vigas armadas de acero con curvatura horizontal y evaluar la aplicabilidad de la normativa EN1993-1-5 para este tipo de geometría.

#### 1.2.2. Objetivos específicos

- Analizar investigaciones numéricas, analíticas y experimentales relacionadas con el fenómeno de inestabilidad por esfuerzos cortantes de vigas armadas con curvatura horizontal.
- Desarrollar un modelo numérico conformado por elementos tipo Shell con geometría variable, considerando la no linealidad geométrica y la no linealidad del material y las imperfecciones. Todos estos modelos se construirán utilizando el programa de elementos finitos Ansys v16 (Ansys v16, 2015).
- Convalidar el modelo numérico a utilizar en la investigación con estudios experimentales y analíticos previos.
- Desarrollar un programa de estudio paramétrico para vigas con curvatura horizontal, que considere la mayor cantidad de variables involucradas en el fenómeno de inestabilidad por esfuerzo cortante.
- Analizar el comportamiento estructural de las diferentes vigas simuladas numéricamente.
- Comparar los resultados de las simulaciones numéricas con los valores predichos aplicando la normativa EN-1993-1-5 para vigas rectas.

### 1.3. Contenido del documento

El presente documento se divide en cinco capítulos.

**Capítulo 2** (Estado del conocimiento), mediante la recopilación bibliográfica se recoge una breve visión general de las bases de la formulación de resistencia última a esfuerzo cortante utilizado por la normativa, sumario de investigaciones previas y formulaciones actuales para esfuerzos cortantes incluida en la normativa Europea.

Posteriormente en el **capítulo 3** (Modelo numérico) se define el tipo de elemento finito a utilizar, geometría y condiciones de borde del modelo, propiedades de los materiales, imperfecciones, tipo de análisis, tamaño de malla y finalmente la verificación del modelo.



## 1. INTRODUCCIÓN

---

Definido el modelo numérico, en el **capítulo 4** (Estudio paramétrico) se desarrolla un programa de estudio paramétrico que considera todas las variables involucradas en el fenómeno de inestabilidad por esfuerzo cortante en función de la curvatura horizontal de la viga. Se analiza los resultados de las simulaciones numéricas y se compara con los valores predichos en la normativa Europea actual para vigas rectas.

Finalmente en el **capítulo 5** (Conclusiones y perspectivas futuras) se resume todo el trabajo realizado en la presente tesis de maestría y se presentan las principales conclusiones que se llegaron después de analizar todos los resultados. Por último se proponen las futuras líneas investigación.

### 2. Estado del conocimiento

El enfoque de este capítulo es dar una visión general con un breve resumen de investigaciones anteriores (experimentales y numéricas) hechas en las últimas décadas en el campo de inestabilidad por esfuerzos cortante de vigas armadas con curvatura horizontal.

La orientación de esta literatura tiene dos objetivos diferentes. El primer objetivo es definir la base del modelo de resistencia pre-crítico y post-crítico por esfuerzos cortantes utilizados en la verificación de la carga última resistente en EN 1993-1-5 2006. Por tanto, las ecuaciones de diseño conocido y comúnmente utilizado por Eurocódigo también se presentan en esta sección. El segundo objetivo de esta sección es dar una visión general sobre las investigaciones anteriores en el campo del comportamiento de vigas armadas con curvatura horizontal frente a esfuerzos cortantes.

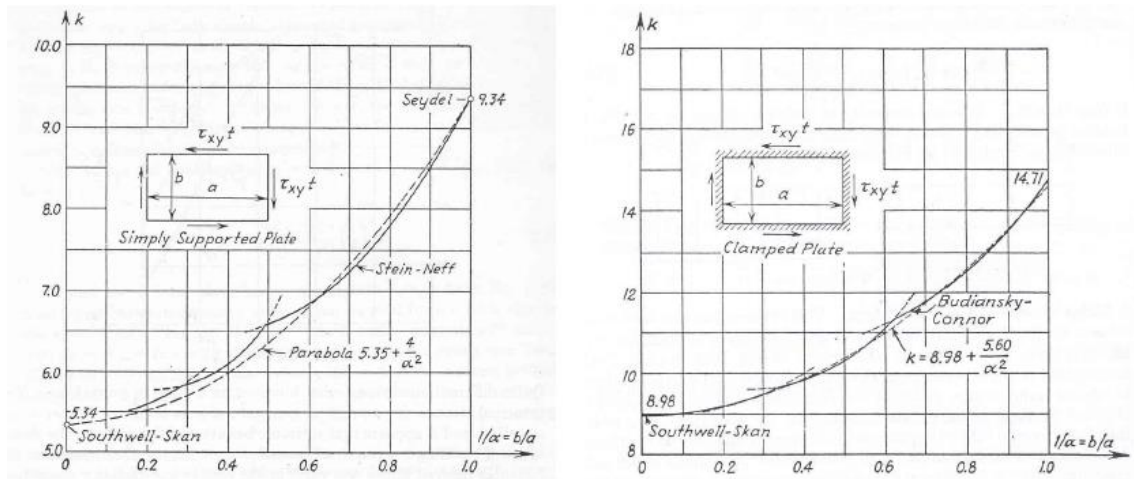
#### 2.1. Comportamiento pre-crítico. Pandeo por esfuerzos cortantes

Timoshenko (1921) fue el primero en presentar una solución práctica del problema de la estabilidad de paneles rectangulares cargados a esfuerzos cortantes y considerando los cuatro bordes simplemente apoyados mediante la aplicación del método de energía. Aplicando este método, el pandeo elástico crítico en paneles rectangulares bajo un estado de esfuerzos cortantes es dado en la ecuación (2.1) donde  $k_s$  es el coeficiente de pandeo por esfuerzo cortante cuyo valor depende de la relación de aspecto  $a/h_w$ .

$$\tau_{cr,i} = k_s \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad [2.1]$$

La expresión propuesta por Timoshenko para obtener los parámetros difería  $k_s$ , para un  $a/h_w = 1$  en aproximadamente 15 % del valor exacto, y esta diferencia era aún mayor para relaciones de aspecto  $a/h_w > 1$ . El valor exacto  $k_s = 5,34$ , para un  $a/h_w = \alpha$  se determinó por Southwell y Skan (1924). Cálculos cuidadosos fueron hechas por Bergmann y Reissner y más tarde por Seydel para acercarse a los valores de  $k_s$ . Seydel determinó un valor muy exacto para un  $a/h_w = 1$  con  $k_s = 9,34$ . Los mejores valores del coeficiente de pandeo por cortante son contenidos en Stein y Neff (1947) en su gráfica. En la Figura 2.1 se presenta la gráfica junto al investigador que la obtuvo.

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO



**Figura.2.1:** Coeficiente de pandeo por cortante  $k_s$  en función de la relación de aspecto. Paneles con cuatro bordes simplemente apoyados (a la izquierda), paneles con cuatro bordes empotrados (a la derecha). (Bleich, 1952).

En la Figura 2.1 se puede también observar la aproximación de estos resultados por una parábola que se ajusta a las curvas teóricas bastante bien. Se propone una fórmula simple con fines de diseño:

$$k_s = 5,34 + \frac{4}{p^2} \quad \text{Donde } p = \frac{a}{h_w} \quad [2.2]$$

Siendo “a” la distancia entre rigidizadores transversales y  $h_w$  es el altura del panel.

Como se ha hecho para el caso de los cuatro bordes simplemente apoyados, el problema también se resuelve para paneles empotrados en sus cuatro bordes. En este caso, los investigadores involucrados eran Southwell y Skan, que encontraron el valor  $k_s = 8,98$  para un  $a/h_w = \alpha$ . Budiansky y Connor determinaron valores muy precisos (Bleich, 1952). Las parábolas usadas para ajustar el resultado teórico en este caso es el que se presenta en la ecuación [2.3] y se muestra en la Figura 2.1.

$$k_s = 8,98 + \frac{5,6}{p^2} \quad \text{donde } p = \frac{a}{h_w} \quad [2.3]$$

La expresión que se presenta en la ecuación [2.1] sólo es válido para el comportamiento elástico. Cuando el límite proporcional se supera (ecuación [2.4]), es necesario adaptar las fórmulas de placas obtenidas bajo la suposición elasticidad para permitir el efecto de la plasticidad en la tensión crítica cuando esta tensión se encuentra por encima de la límite proporcional en esfuerzo cortante. Por lo tanto, la influencia del comportamiento no lineal se toma en cuenta.

$$\tau_{cr,j} \geq 0,8\tau_{yw} = 0,8\frac{f_{yw}}{\sqrt{3}} \quad [2.4]$$

Una manera efectiva de introducir los efectos de la no linealidad del material es mediante la utilización de lo que se llama el factor de reducción de la plasticidad, generalmente conocido como  $\eta$ . La

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

---

implicación es que las fórmulas derivadas del rango inelástico, del módulo de Young, se sustituyen por un módulo reducido apropiado tomado convencionalmente en el punto considerado sobre el límite de proporcionalidad de la tensión-deformación. Entonces el pandeo crítico por esfuerzos cortante se puede escribir como sigue:

$$\tau_{cr,j} = k_s \frac{\pi^2 E \eta}{12 (1 - \nu^2)} = 190000 \left( \frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad [2.5]$$

Un factor de reducción comúnmente utilizado es el factor Stowell muestra en la ecuación [ 2.6 ] :

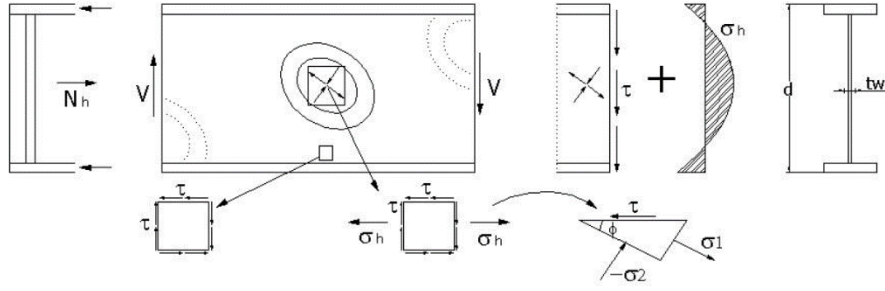
$$\eta = \sqrt{\frac{E_t}{E}} \quad [2.6]$$

Donde E es el módulo de Young del material y E<sub>t</sub> es el módulo tangente en el punto esfuerzo-deformación considerado sobre el límite de proporcionalidad. Esta reducción se basa en la teoría simplificada de Bleich, que considera que el panel sometido a esfuerzos cortante se comporta anisotrópicamente y el pandeo se produce por encima del límite de la proporcionalidad (Bleich, 1952).

### 2.2. Comportamiento post-crítico. Método del girado de campo de tensiones

El método del girado de tensiones se basa en el modelo teórico desarrollado por Höglund (1971). Originalmente el modelo fue desarrollado para vigas armadas con el alma rigidizada solo en los extremos. Cuando una estructura usa el método de campo de tensiones, da soluciones muy conservadoras.

Este método tiene en cuenta que el alma, al estar presenta a esfuerzos cortantes, sucede un incremento sustancial post-pandeo proveniente de las tensiones de tracción, que se anclan en las alas circundantes y de los rigidizadores transversales. En un estado cortante puro el valor absoluto de las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  se mantienen iguales y cuando no se produce el pandeo  $\tau < \tau_{cr}$ . Después que se alcanza la carga de pandeo se comienza una redistribución de las tensiones: mientras las tensiones de compresión  $\sigma_2$  siguen manteniéndose igual a  $\tau_{cr}$ , las tensiones de tracción  $\sigma_1$  aumentan, haciendo girar las tensiones. Es por ello que este modelo se llama el modelo del girado del campo de tensiones. Este método se puede apreciar en la Figura.2.2.



**Figura 2.2:** Método del girado de tensiones.

Haciendo equilibrio en el triángulo de acuerdo con la Figura 2.1 se obtiene:

$$\sigma_1 = \frac{\tau}{\tan\theta} \quad \sigma_2 = -\tau \tan\theta \quad [2.7]$$

Donde  $\theta$  representa la dirección de las principales tensiones.

Entonces, la resistencia al cortante final de la viga se puede derivar usando el criterio de tensiones de von Mises, suponiendo que el esfuerzo de compresión se mantiene igual al pandeo por esfuerzos cortantes después del pandeo, pero actuando en un ángulo menor que  $45^\circ$ .

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = f_{yw}^2 \quad [2.8]$$

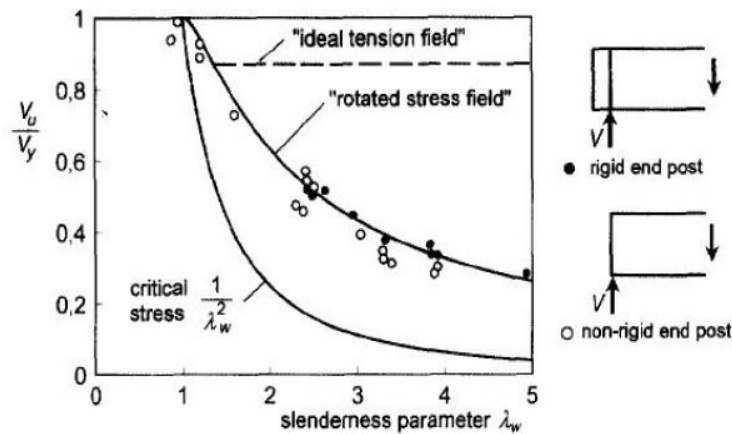
Además, la definición de la esbeltez  $\lambda_w$  se define como:

$$\lambda_w = \sqrt{\frac{f_v}{\tau_{cr}}} \quad [2.9]$$

Donde  $\tau_{cr}$  se calcula a partir de la ecuación y  $f_v = \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}}$ . La resistencia a la rotura se puede derivar de la función  $\lambda_w$  con la siguiente expresión:

$$\frac{\tau_u}{f_v} = \frac{\sqrt[4]{3}}{\lambda_w} \sqrt{1 - \frac{1}{4\lambda_w^4} - \frac{1}{2\sqrt{3}\lambda_w^2}} \quad [2.10]$$

La Figura 2.3 y las ecuaciones [2.1] y [2.10] se representan como "tensión crítica" y "campo girado de tensiones", respectivamente. Los círculos rellenos son ensayos sobre vigas con "extremo rígido". Estas pruebas concuerdan muy bien con la curva de la teoría de campo de girado de tensiones. Los círculos sin rellenar corresponden a vigas con solamente un rigidizador en el extremo de la viga, "final no rígido" (ver Figura 2.2). Los extremos de los paneles de alma sólo han limitado capacidad de servir como anclas para las tensiones de membrana longitudinales, y por tanto la carga de rotura es menor que el de las vigas con extremo rígido (Höglund, 1998).



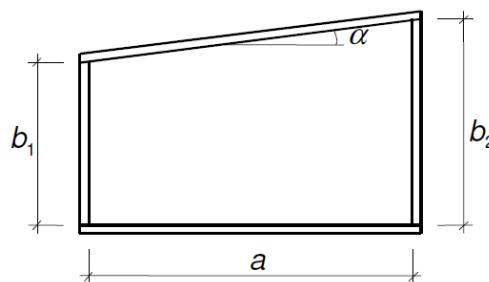
**Figura 2.3:** Resistencia a esfuerzos cortantes de acuerdo con la teoría y las pruebas del girado de campo de tensiones (Höglund, 1998).

A medida que el estado tensional este más aproximado a las alas, el pandeo es casi puro, la suposición anterior de un estado uniforme de tensión sobre la altura del alma es un poco más favorable y estas fuerzas son muy grandes. Por lo tanto, la resistencia se reduce ligeramente. Además se hace una reducción adicional cuando los extremos del panel no son rígidos (la Figura 2.3).

### 2.3. Resistencia de paneles de acero a esfuerzo cortante (EN1993-1-5)

En esta sección se presenta el método de diseño actual de acuerdo con la norma (EN 1993-1-5 2006) "resistencia a esfuerzo cortante". El método de diseño del Eurocódigo podría aplicarse si se cumplen los siguientes criterios:

- Los paneles rectangulares y los paneles paralelos deben estar dentro del ángulo límite indicado.
- Esta regla se puede aplicar a los paneles no rectangulares siempre que el límite del ángulo  $\alpha_{limit}$  (ver Figura. 2.4) no sea mayor que diez grados. Si  $\alpha_{limit}$  excede los diez grados, los paneles pueden evaluarse suponiendo que sea un panel rectangular basado en el lado más grande del panel  $b_1$  o  $b_2$ .



**Figura 2.4:** Definición del ángulo limite  $\alpha_{limit}$  (EN 1993-1-5 2006).

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

---

- Los rigidizadores se prestan en la dirección longitudinal o transversal o ambos.
- El diámetro de cualquier agujero o corte sin rigidizar no debe exceder  $0,05b$ , donde  $b$  es la ancho del panel.
- Los miembros de la sección transversal deben ser uniformes.

En el trabajo de investigación actual estos criterios se cumplen para todas las vigas analizadas.

Con vigas ( $h_w/t$ ) superiores que  $\frac{72}{\eta} \varepsilon$  para una alma no rigidizadas, o  $\frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$  para un alma rigidizado, se debe comprobar la resistencia a la abolladura por cortante y debe estar provista de rigidizadores transversales en los apoyos.

La verificación se debe realizar de la siguiente manera:

$$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.11)$$

Donde:  $V_{Ed}$  es la fuerza de corte de diseño incluyendo el corte por torsión,

$V_{b,Rd}$  es la abolladura por cortante resistida por el alma.

Para almas no rigidizadas o rigidizadas la resistencia a cortante de diseño debe ser tomado como:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (2.12)$$

Donde:  $V_{bw,Rd}$  es la contribución por el alma,

$V_{bf,Rd}$  es la contribución por el ala.

La contribución del ala puede calcularse con:

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (2.13)$$

Para almas con rigidizadores transversales ubicados únicamente en los apoyos y para almas, ya sean con rigidizadores transversales intermedios o rigidizadores longitudinales o de ambos, el factor de  $\chi_w$  para la contribución en la abolladura por resistencia a cortante se debe obtener de la Tabla 2.1.

**Tabla. 2.1:** Contribución del alma  $\chi_w$  para la resistencia a cortante (EN 1993-1-5 2006).

	Extremo rígido	Extremo no rígido
$\bar{\lambda}_w < 0,83/\eta$	$\eta$	$\eta$
$0,83/\eta \leq 1,08$	$0,83/\bar{\lambda}_w$	$0,83/\bar{\lambda}_w$
$\bar{\lambda}_w \geq 1,08$	$1,37/(0,7+\bar{\lambda}_w)$	$0,83/\bar{\lambda}_w$

El parámetro de esbeltez  $\bar{\lambda}_w$  que se debe tomar en la Tabla 2.1 como:

$$\bar{\lambda}_w = 0,76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}} \quad (2.14)$$

Los valores de  $\sigma_E$  y  $k_t$  pueden ser tomados de la norma EN 1993-1-5 Anexo A (EN 1993-1-5 2006). Para paneles con rigidizadores transversales rígidos y sin rigidizadores longitudinales o con más de dos rigidizadores longitudinales, el coeficiente de pandeo por cortante  $k_t$  puede ser obtenido como sigue:

$$k_t = 5,34 + 4,00 (h_w/a)^2 + k_{\tau sl} \quad \text{Donde } \frac{a}{h_w} \geq 1 \quad (2.15)$$

$$k_t = 4,00 + 5,34 (h_w/a)^2 + k_{\tau sl} \quad \text{Donde } \frac{a}{h_w} \leq 1 \quad (2.16)$$

$$\text{Donde: } k_{\tau sl} = \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{t^3 h_w}\right)^3} \text{ pero no menor que } \frac{2,1}{t} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}}$$

Siendo “a” la distancia entre rigidizadores transversales.

El valor de  $\sigma_E$  podrá ser calculado con:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12 (1 - \nu^2) b^2} = 190000 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.17)$$

Dónde: t es el espesor del panel y b es la altura del panel.

### 2.3.1. Estudio experimental previo. Resistencia a esfuerzos cortantes de vigas curvas armadas

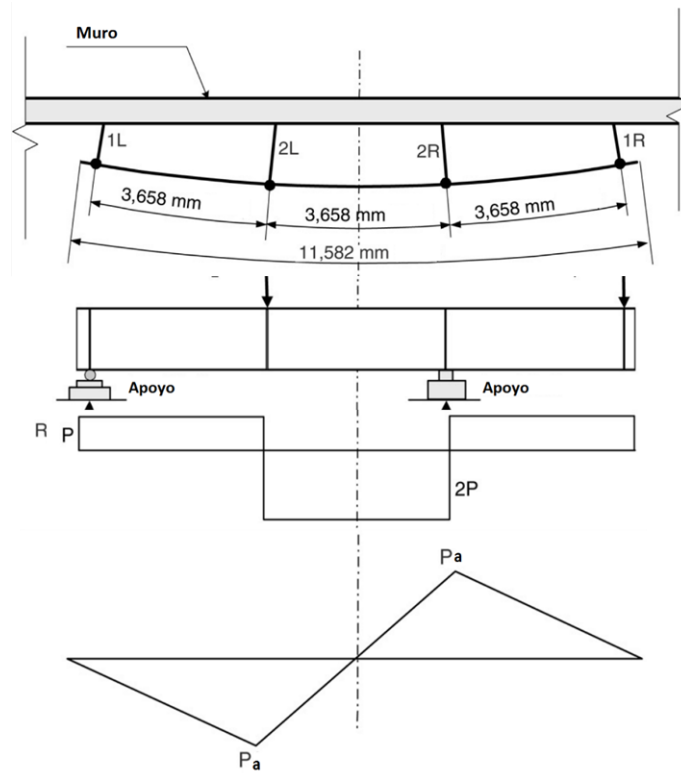
➤ Estudio experimental de A. Zureick *et al.* (2002)

Este estudio experimental se realizó en la Universidad de Georgia, en la escuela técnica de ingeniería civil. El ensayo se basó en cuatro vigas armadas con curvaturas bajo esfuerzos cortantes. Figura 2.5 muestra el esquema del ensayo y la Figura 2.6 muestra una fotografía tomada desde el lado derecho de



## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

la ubicación 1R. Las vigas eran de AASHTO M270 grado de acero  $f_y=345$  MPa y una altura de alma  $h_w$  y espesor  $t_w$  nominal de 1.219 mm y 8 mm, respectivamente.



**Figura 2.5:** Esquema de ensayo y diagramas de esfuerzos aproximados.

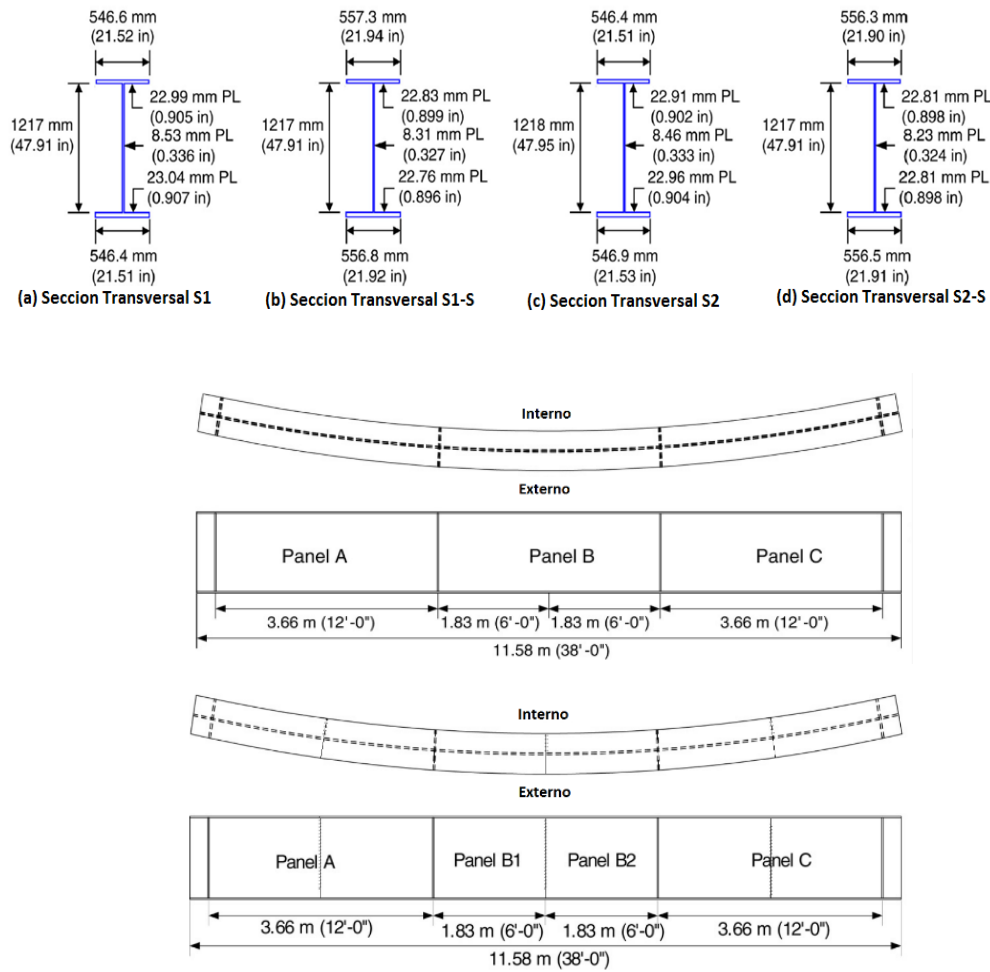


**Figura 2.6:** Fotografía tomada desde el lado derecho de la ubicación 1R.

La relación de esbeltez del alma de todas las vigas ensayadas eran  $h_w/t_w=154$ . Dos vigas del ensayo estaban etiquetadas como S1 y S1-S, con un radio de curvatura impuesto de  $R=63,630$  mm y relación de aspecto  $a/h_w = 1,5$  y  $3$ , respectivamente, originando relaciones  $a/R=0,0575$  y  $0,0287$ . Las otras dos vigas identificadas como S2 y S2-S eran idénticas a S1 y S1-S excepto que sus radios eran  $R=36,580$  mm, originando relaciones  $a/R=0,10$  y  $0,050$ . Todas las vigas fueron apoyadas para evitar las

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

deflexiones radiales a intervalos de 3658 mm a lo largo de la curvatura de la viga. En la Figura 2.7 se ilustra la geometría general de las vigas de prueba medidas en laboratorio.



**Figura 2.7:** Dimensiones de la sección transversal medido en laboratorio, dimensiones longitudinales de las vigas S1-S2 y dimensiones longitudinales de las vigas S1-S y S2 (Jung y White, 2006).

La Tabla 2.2 resume los parámetros adimensionales de las vigas ensayadas tales como. Las relaciones de aspecto  $a/h_w$ ,  $a/R$  y  $h_w/R$  y también los parámetros  $c$  y  $Z$ , relacionados con las curvaturas definidos, calculados con las siguientes expresiones:

$$c = \frac{a^2}{8Rt_w} \text{ y } Z = \frac{a^2\sqrt{1-v^2}}{Rt_w} = 8C\sqrt{1-v^2}$$

Dónde  $C$  es una aproximación del pequeño ángulo de excentricidad máxima del panel curvado a partir de una cuerda entre los extremos del panel, dividido por el espesor del alma,  $Z$  se utiliza en la ecuación de diseño para dar cuenta de la influencia de curvatura horizontal.

**Tabla.2.2:** Resumen de parámetros adimensionales de vigas ensayadas.

Vigas	a/R	a/h <sub>w</sub>	h <sub>w</sub> /R	C	Z
S1	0.0575	3	0.06	3.31	25.3
S1-S	0.0575	1.5	0.03	0.83	6.3
S2	0.10	3	0.10	5.76	44.0
S2-S	0.10	1.5	0.05	1.44	11.0

Las vigas fueron instrumentadas con galgas extenso métricas de resistencia eléctrica, transformadores diferenciales de variación lineal, potenciómetros de alambre y células de carga. Se usaron para determinar su resistencia al esfuerzo cortante máximo, así como los mecanismos asociados con el desarrollo de sus resistencias última.

Con mayor interés fueron medidos los paneles curvados donde eran capaces de formar los campos de tensión y desarrollar fuerzas post-pandeo con la influencia de la curvatura horizontal y la relación de aspecto. La carga fue aplicada más allá de su capacidad máxima a un nivel de deflexión vertical que va desde 2.2 a 3.4 veces la deflexión para la máxima fuerza resistente a esfuerzos cortantes. Los registros de carga, reacciones, deformaciones radiales y deflexiones verticales se obtuvieron a lo largo de todas las etapas de carga.

Algunas de las conclusiones obtenidas de los datos del ensayo son las siguientes:

- La reducción máxima de la resistencia última al esfuerzo cortante post-crítico de carga en todas las pruebas fue de aproximadamente 15 por ciento. Es decir, las vigas eran capaces de mantener su resistencia al cortante en niveles cercanos a la fuerza máxima para altas deformaciones más allá del nivel de carga última, proporcionando así por alguna seguridad adicional contra un fallo catastrófico.
- Las cuatro pruebas a esfuerzos cortantes realizadas en esta investigación, junto con los estudios paramétricos de elementos finitos de White (2002), así como otras investigaciones anteriores, apoya la conclusión siguiente: las vigas armadas curvas pueden ser diseñadas a esfuerzos cortantes bajo máximas condiciones de fuerza de carga, basado en las ecuaciones de capacidad a cortante de vigas rectas de la AASHTO, incluyendo la consideración post-crítico al pandeo fuerza, al menos hasta los siguiente límites:  $a/h_w \leq 3$ ;  $h_w/t_w \leq 160$ ;  $a/R \leq 0,10$

El aumento de la fuerza teórica de pre-crítico elástico a cortante del alma que se muestra analíticamente en la investigación y la disminución de la capacidad ultima post-critica a esfuerzo cortante debido a la curvatura horizontal parecen ser pequeñas en comparación con los efectos de varios otros factores que conducen a la variabilidad en las predicciones de resistencia nominales en relación con pruebas experimentales y soluciones de elementos finitos. Cabe señalar que el parámetro adimensional a/R está más relacionada con el comportamiento a la flexión que de la respuesta al cortante. Sin embargo, a/R

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

$<0,10$  es un límite simple que se propone restringir la aplicación de las ecuaciones de resistencia al corte de vigas rectas en los casos que se han probado.

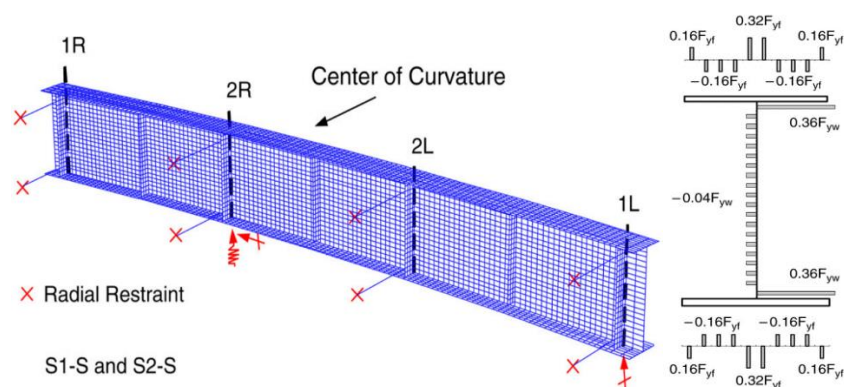
### 2.3.2. Estudios numéricos previos. Vigas armadas con curvatura horizontal

#### ➤ Investigación de Jung y White (2006)

Este trabajo presenta los resultados por el método de elementos finitos (MEF) del estudio experimental de Zureick *et al.* (2002), así como variaciones paramétricas sobre la base de estas vigas. Esta investigación fue dirigida para evaluar la resistencia pre-crítica y post-crítica a esfuerzos cortantes incluyendo el comportamiento total no lineal. Los objetivos del estudio paramétrico son:

- El efecto de las tensiones residuales en la respuesta de la resistencia al corte en vigas curvas.
- La sensibilidad en las resistencias al cortante con imperfecciones geométricas.
- Las diferencias y similitudes entre el comportamiento de las vigas curvas y vigas rectas equivalentes.
- La influencia del tamaño de las alas en la carga última resistente.
- Interacción momento y cortante dentro de las vigas curvas.

Figura 2.8 (a la izquierda) muestra el modelo por MEF que se construyó utilizando el sistema ABAQUS 6.3 (2003) utilizando elemento Shell S4R, cuadrilátero de cuatro nodos basado en el desplazamiento con la integración reducida. Las dimensiones de la sección de las pruebas experimentales fueron incorporadas en el modelo numérico, de forma detallada al igual que las condiciones de contorno y las tensiones residuales debido a oxicorte y soldadura, como también las imperfecciones geométricas iniciales en dirección de los modos de pandeo. La Figura 2.8 (a la derecha) muestra las tensiones residuales resultantes que se utilizaron como valores representativos de esta investigación.



**Figura 2.8:** Modelo típico de MEF con condiciones de contorno especificadas (a la izquierda). Punto de Gauss tensiones residuales utilizadas dentro de la mayoría de los modelos numéricos (a la derecha).

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

Los estudios realizados en este trabajo, junto con los estudios de MEF adicionales reportados por White *et al.*(2001), los resultados experimentales de los ensayos reportados por Zureick *et al.*(2002) y los resultados de otras investigaciones anteriores citadas en esta investigación, soporta la siguiente conclusión: las vigas curvadas con rigidizadores transversales pueden ser diseñada para un máximo de condiciones de fuerza de carga basado en los AASHTO ecuaciones de capacidad de cortante de vigas, incluyendo la consideración de resistencia pos pandeo, al menos hasta el siguientes límites:

- $a/h_w \leq 3$
- $h_w/t_w \leq 160$
- $a/R \leq 0,10$

Además, los resultados desarrollados en esta investigación apoyan las conclusiones que la interacción momento y cortante no tiene por qué ser considerado en las especificaciones de diseño de vigas rectas y /o curvas de la AASHTO.

### ➤ Investigación de Lee y Yoo (1999)

El pandeo por bifurcación de equilibrio y la resistencia última de paneles de alma con curvatura sometidos a esfuerzo de cortante puro fueron investigados por el método de elementos finitos. Esta investigación consideró tanto la no linealidad geométrica y la no linealidad de los materiales. En la Figura 2.9 se puede ver el modelo típico de MEF y las condiciones de contorno utilizadas.

El análisis muestra que los paneles de alma curva son capaces de desarrollar una considerable resistencia posterior al pandeo después del punto de bifurcación de equilibrio. Los resultados del presente estudio se comparan con la resistencia posterior al pandeo frente al esfuerzo cortante calculada utilizando las ecuaciones que eran recientemente sugeridas para paneles de alma de vigas rectas.

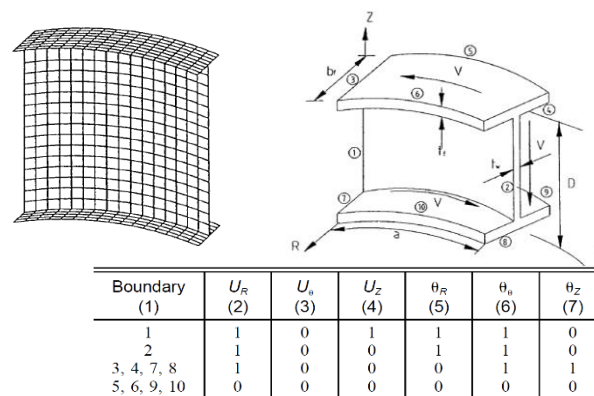


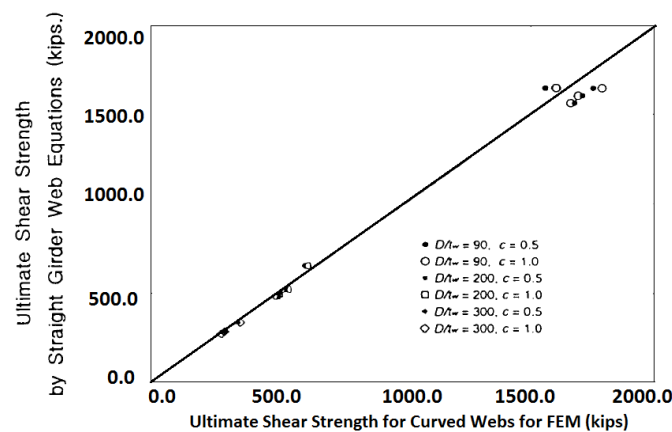
Figura 2.9: Modelo típico de MEF con condiciones de contorno especificadas.

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

A partir de los resultados del presente estudio de elementos finitos, se encontraron que los valores de la fuerza de pandeo elástico por cortante de los paneles de viga de almas curvas, con las proporciones geométricas de diseños prácticos, son mucho más altos que los de paneles rectos simplemente apoyados en los cuatro bordes. Sin embargo, son ligeramente mayores que las calculadas utilizando en la ecuación que sugiere para paneles viga de alma rectas por Lee *et al.*(1996), que fue formulada para una más realista evaluación del grado de restricción en la unión de ala y alma.

Estos resultados indican que la hipótesis de que el alma están simplemente apoyadas en los cuatro bordes son demasiado conservadores particularmente cuando  $a/h_w > 1$ . Se cree que la ecuación para los coeficientes de pandeo por cortante de alma de vigas rectas por Lee *et al.*(1996) también se puede utilizar con eficacia para paneles curvos.

En cuanto a la resistencia posterior al pandeo bajo cortante puro, muestran que las alas de las vigas curvas son capaces de llevar a las cargas de cortante más allá del pandeo elástico. En la práctica de diseño, donde el parámetro de curvatura no sea superior a la unidad ( $c \leq 1$ ), las resistencias últimas son casi idénticos comparado a las vigas de paneles de alma recto, como se observa en la Figura 2.10.



**Figura 2.10.** Comparación de la resistencia ultima a cortante (1 kip 5 4,45 kN).

A menudo, las distribuciones de tensiones en vigas curvadas sometidos a momentos de torsión pueden ser diferentes de los modelos analíticos. En los miembros con secciones transversales abiertas tales como vigas armadas, momentos de torsión son resistidas principalmente por las alas a flexión lateral. Momento de torsión, por lo tanto, no debería afectar significativamente las tensiones en el panel de alma con curvatura.

La presente investigación se limita a modelos viga aisladas sometidos solamente a cortante puro. Para vigas rectas, los efectos de momentos de flexión en la reducción de la fuerza última a cortante están bien establecidos a través de numerosas investigaciones experimentales y se han reflejado en las especificaciones AASHTO. Sin embargo, en relación con paneles de alma curvo, los efectos de la flexión pueden ser más importantes que en las vigas rectas por el efecto de curvatura.

### 3. Desarrollo del modelo numérico

Las vigas curvas armadas de acero, sujetas a inestabilidad frente a esfuerzos cortantes se analizaron mediante modelos numéricos, utilizando el software de elemento finito Ansys v16.

Existen orientaciones en la norma EN 1993-1-5 Anexo C para el diseño con modelización numérica utilizando el método de elementos finitos. Los contenidos principales de este método de diseño se pueden resumir en los siguientes puntos:

- a. La estructura se modelara como tridimensional, los elementos finitos se aplicaran en elementos tipo viga, de superficie o de volumen, lo que facilitara predecir el verdadero comportamiento de estabilidad de los elementos estructurales modelados.
- b. Las imperfecciones geométricas y estructurales (esfuerzos residuales) de la estructura se pueden tomar en cuenta con la ayuda de una geométrica equivalente que contendrán estas imperfecciones iniciales.
- c. Con este modelo de elementos finitos imperfectos el comportamiento estructural podrá ser analizado bajo carga, considerando no linealidad geométrica y no linealidad de material. El resultado de la simulación dará, como ejemplo, una curva de carga vs desplazamiento vertical.
- d. El punto más alto de esta curva es la capacidad última de carga de la estructura. A partir de este valor de cálculo de resistencia se podrá considerar los oportunos factores parciales de seguridad. Los factores parciales estarán en función del nivel de incertidumbre, de la modelización geométrica, modelos de carga y de resistencia.

Las imperfecciones en el modelo de elementos finitos se deben tomar en consideración de acuerdo con el principio básico de la norma EN 1993-1-5 donde las imperfecciones tanto geométricas como estructurales necesitan estar incluido en el modelo MEF. Las magnitudes de la geométrica equivalente de las imperfecciones deben ser tan grandes que logren tener en cuenta el efecto de todas ellas. EN 1993-1-5 permite definir las imperfecciones de la geometría a mano o imperfección sobre la base de la primera forma de pandeo de la estructura.

En el uso de cálculo de diseño por MEF se debe tener especial cuidado en:

1. El modelado de la estructura y las condiciones de contorno.
2. La elección del software y la documentación.
3. El uso de las imperfecciones.
4. La modelización de las propiedades de los materiales.
5. El modelado de cargas.
6. El modelado de los criterios de estado límite.

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

#### 7. Los coeficientes parciales de seguridad deben aplicarse.

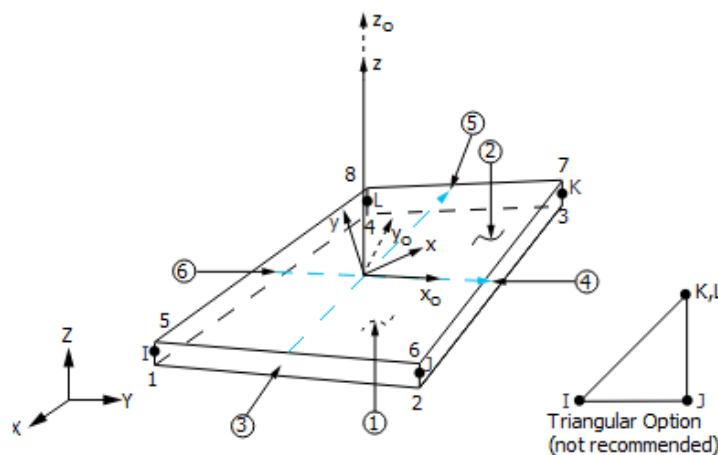
La elección del tipo de elemento finito a utilizar, así como la densidad de la malla se realiza en conformidad de la precisión que deseamos en los resultados. En caso de existir duda en el tamaño de la malla se debe realizar un refinamiento con un estudio de sensibilidad de la misma con incrementos sucesivos de número de elementos. El modelado de MEF se puede realizar ya sea para toda la estructura o una subestructura como una parte de la totalidad. En este capítulo se detallara los criterios utilizados en la investigación.

La modelización numérica de las vigas analizadas se ejecuta en un modelo completo de la estructura en elementos tipo Shell. En primer lugar los puntos clave (sección transversal de la viga y ubicación de la carga) se han definido, variando en función del radio de curvatura en planta, distancia entre rigidizadores transversales deseado, cambiando así de forma paramétrica la geometría de la viga. En base a estos puntos clave los elementos en la superficie se han definido, y después se crea la malla de elementos finitos en las superficies definidas. Para la determinación del tamaño del elemento óptimo se realiza previamente un estudio de incrementos sucesivos de la malla para llegar a los valores aceptables, por lo que la red de elementos finitos no debe ser demasiada fina ni demasiada gruesa, debido a que puede genera resultados erróneos o un costo computacional innecesario.

## 3.1. Descripción del modelo y verificación

### 3.1.1. Tipo de elemento finito aplicado

En esta investigación se usó el elemento finito Shell 181 de la librería del programa Ansys v16, como se muestra en la Figura 3.1.



*Figura 3.1: Elemento finito Shell 181 (Ansys v16).*



Las propiedades del elemento son las siguientes:

- Cuatro nodos por elemento.
- Forma cuadrilátera.
- Elemento tipo placa.
- El espesor se asume que varía suavemente sobre el área del elemento, con la entrada de espesor en los cuatro nodos.
- Este elemento tiene capacidades tanto de flexión como de membrana, por lo tanto permite cargas en el plano y normales.
- El elemento tiene seis grados de libertad en cada nodo, traslación en el nodo en la dirección X, Y, y Z y rotaciones alrededor de los ejes X, Y y Z.
- Esfuerzos por rigidización y capacidad a grandes desplazamiento están incluidos.
- La matriz de rigidez tangente consistente está disponible para usar en análisis con grades desplazamiento (rotación finita).
- Óptimo para análisis de estabilidad.
- Solo para modelos de material lineal elástico es aplicable.
- Se adapta bien para análisis no lineal, con grandes rotaciones y grandes deformaciones.
- La no linealidad del material puede ser considerada.

#### **3.1.2.Geometría del modelo numérico**

Las bases del modelado numérico y su verificación son producto de los resultados de las pruebas experimentales del proyecto de investigación " Comportamiento a carga ultima de vigas armadas con curvas horizontal" (Shanmugam et al., 2003). Estas pruebas se llevaron a cabo en la Universidad Nacional de Singapur, con el objetivo de estudiar el comportamiento del alma de las vigas armadas con curvatura horizontal, obteniendo una imagen completa de la acción del campo de tensión. En el caso de estas pruebas la viga fue analizada bajo esfuerzos de cortante, por lo tanto, los resultados de estas pruebas se pueden usar para la verificación del modelo numérico desarrollado.

En la Figura 3.2 se observa que el espécimen tiene restringido la rotación tangencial en los extremos e impedido el desplazamiento radial en la mitad de la luz donde esta aplicada la carga.

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO



**Figura 3.2:** Vista de ensayo típica. De frente (a la izquierda) y posterior de las muestra (a la derecha) (Shanmugam et al., 2003).

Para la calibración del modelo se han escogido dos vigas armadas curvas (definidas como la relación de longitud de tramo y el radio de curvatura,  $L/R$ ) igual a 0.267 y 0.784, teniendo todos una longitud del tramo general,  $L$  (longitud del arco), de 2550 mm. Los otros parámetros tales como el espesor y el ancho de las alas, ubicación de los rigidizadores, y la altura de la viga se mantuvieron constantes.

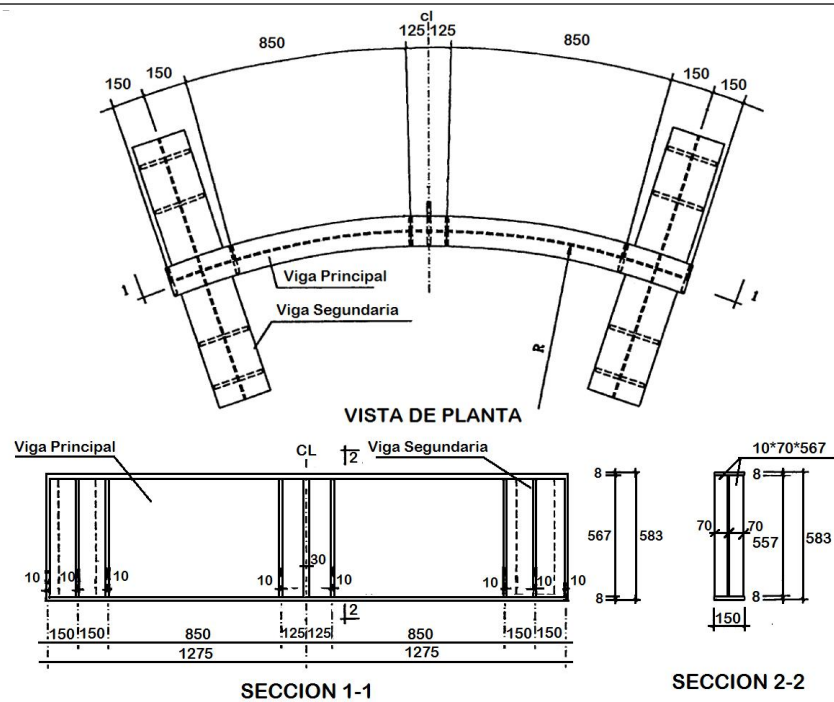
Tabla 3.1 Muestra las dimensiones de las vigas seleccionadas para calibrar el modelo, identificadas con las siguientes etiquetas (C15W200 y C45W200).

**Tabla 3.1:** Dimensiones y relaciones de aspecto de las muestras.

Muestra	Radio $R$ (mm)	$L/R$	$t$ (mm)	$h_w/t$	$Tb_f$	$Tt_f$	$Ts_t$
C15W200	8.600	0.267	2.20	258	8.32	8.32	10.03
C45W200	2.870	0.784	1.95	291	8.20	8.20	9.20

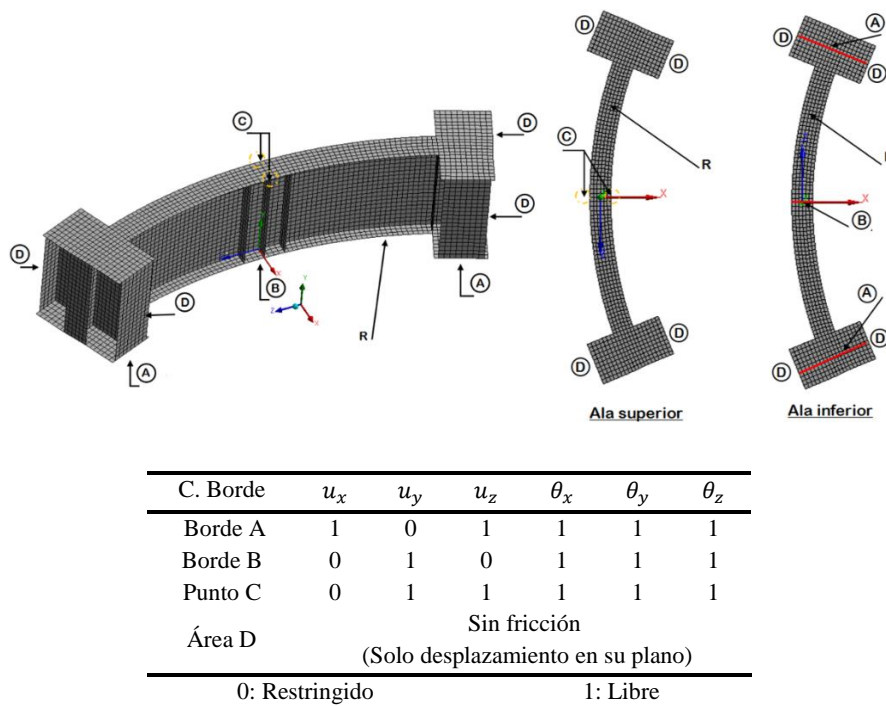
En la Figura 3.3 se presenta la vista de detalles en planta y de sección de la viga principal del ensayo. La viga principal fue provista con apoyos simples en ambos extremos a una distancia entre sí de 2.250 mm. El punto medio de la curvatura de la viga, donde fue concentrada la fuerza, fue dotado de refuerzos transversales con el fin de prevenir cualquier modo de fallo no requerido en los estudios. Dos vigas secundarias colocadas en los extremos de la viga fueron soldadas a la viga principal en ángulos rectos. Cada una de las vigas secundarias también se provee de rigidizadores transversales para evitar un fallo debido a reacciones concentradas en los apoyos.

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO



**Figura 3.3:** Vista de planta y secciones de viga principal (Shanmugam *et al.*, 2003).

Para la validación del modelo numérico utilizado en este documento, las muestras seleccionadas se han modelado numéricamente para ser comparados los resultados obtenidos en los ensayos experimentales. El modelo numérico realizado en elementos finitos tipo Shell 181 con el programa Ansys y las condiciones de contorno utilizadas para representar el ensayo realizador Shanmugam *et al.*(2003) se aprecia en la Figura 3.4.

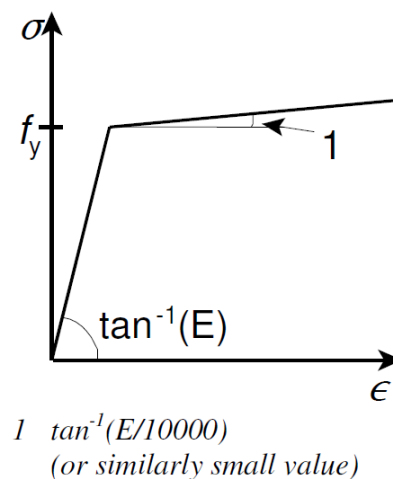


**Figura 3.4:** Condiciones de contorno de modelo numérico en Ansys para convalidación de vigas armadas curvas (Shanmugam *et al.*, 2003).

#### 3.1.3. Propiedades de los materiales

En el presente trabajo se utilizan dos tipos de modelos de materiales. El primer modelo se utiliza para la verificación y el segundo para el estudio numérico paramétrico. En el primer modelo el material se ajusta a las propiedades del material obtenido en las pruebas para asegurar mejor correlación de los cálculos numéricos con la resistencia del ensayo experimental. En el modelo paramétrico el fabricante de las vigas proporciona la resistencia y las tensiones finales del material.

El carácter del modelo del material aplicado es elástico plástico perfecto utilizando criterio de tensiones de von Mises. Este modelo de material tiene una influencia de comportamiento plástico con endurecimiento isotrópico. El material se supone que se comporta linealmente elástico y obedece la ley de Hook, con un módulo de Young de elasticidad  $E$  igual a 210.000 MPa hasta el límite elástico y una relación de Poisson igual  $\nu = 0.3$ . A partir de entonces y hasta que alcanza la tensión de rotura, el material es asumido a comportarse linealmente con una disminución del módulo. La resistencia a la rotura se define por  $\epsilon = 10\%$ , lo que se ajusta a las pruebas del materiales. El material se supone que es perfectamente plástico cuando se alcanza la tensión final, como se puede ver en Figura 3.5.



**Figura 3.5:** Modelo del material aplicado (EN1993-1-5).

En el modelo de verificación del material, partes de las vigas experimentales se ensayaron a tracción para determinar las propiedades mecánicas requeridas para el modelo numérico. Dos porciones (ala y alma) fueron extraídas de cada una de las vigas. Estas se ensayaron en una máquina Instron 500 kN universal de conformidad con las especificaciones de ASTM (1979). Los resultados medios de módulo de elasticidad ( $E$ ) y la tensión de fluencia  $F_y$  a partir de las pruebas se dan en la Tabla 3.2.

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

**Tabla 3.2.** *Propiedades mecánicas del acero de las vigas (Shanmugam et al., 2003).*

Muestra	Alma		Ala	
	E	$f_y$	E	$f_y$
	(N/mm <sup>2</sup> )		(N/mm <sup>2</sup> )	
C15W200	216	322	216	375
C45W200	213	327	210	365

El estudio numérico paramétrico utiliza los valores característicos de la resistencia a la fluencia en lugar de los valores medidos. El acero S355 es utilizado en las vigas de esta tesina, donde el límite elástico ( $F_y$ ) es igual al 355 MPa, asegurando que todos los resultados de los cálculos numéricos del estudio paramétrico se encuentran en el lado de la seguridad. El material se supone que se comporta lineal después de alcanzar el límite elástico con una reducción del módulo de Young  $E/10000$ . El pequeño aumento es importante para asegurar la estabilidad numérica en los cálculos de elementos finitos. Las razones de no usar los efectos de grandes endurecimientos son:

- El objeto de los cálculos es la verificación de la superficie bajo inestabilidad frente a esfuerzo cortante. Si las resistencias están calculados del lado seguro utilizando el modelo de material no endurecido, las estructuras reales estarán siempre del lado seguro.
- Los resultados obtenidos se comparan con las resistencias calculadas manualmente de acuerdo al código EN1993-1-5. Todos los métodos de diseño que se utilizan usan sólo el límite elástico, y el efecto del endurecimiento no se incluyen en los métodos de diseño.

#### 3.1.4. Imperfecciones aplicadas

De acuerdo con la norma EN 1993-1-5 las asignaciones de los efectos de las imperfecciones deben ser incorporadas de forma apropiada en el análisis estructural para cubrir tensiones residuales e imperfecciones geométricas tales como la falta de verticalidad, rectitud, fusión, ajuste y las excentricidades menores presentes por acomodo estructural.

El objetivo de este trabajo de investigación es el estudio por inestabilidad frente a esfuerzo cortante. El modo de fallo de pandeo puede gobernar el comportamiento estructural, por lo tanto la aplicación de imperfecciones es un punto clave del proceso de cálculo. Existen diferentes posibilidades, expresadas por las normas de diseño europeas, para definir las imperfecciones. El modelado puede basarse ya sea en un análisis refinado al incluir imperfecciones geométricas, por ejemplo a base de modo propio, e imperfecciones estructurales, como tensiones residuales, o sobre la base de una geometría equivalentes que deben incluir las imperfecciones de ambos efectos.

#### 3.1.4.1. Análisis EN 1993-1-5. Anexo C.

La primera posibilidad de incluir las imperfecciones es el análisis refinado. Este análisis puede basarse en modos propios de pandeo de la estructura convenientemente escalada  $w$  de amplitud máxima. EN1993-1-5- Reglas Anexo C recomienda un valor para  $w$  que al menos alcance el 80% del máximo de tolerancia permitido por el fabricante (80%FT). El anexo C del EN1993-1-5 sugiere este porcentaje genérico para todos los casos en el diseño de estructuras plateados. En la actualidad, las tolerancias de fabricación están limitadas al valor más bajo entre estas dos magnitudes:

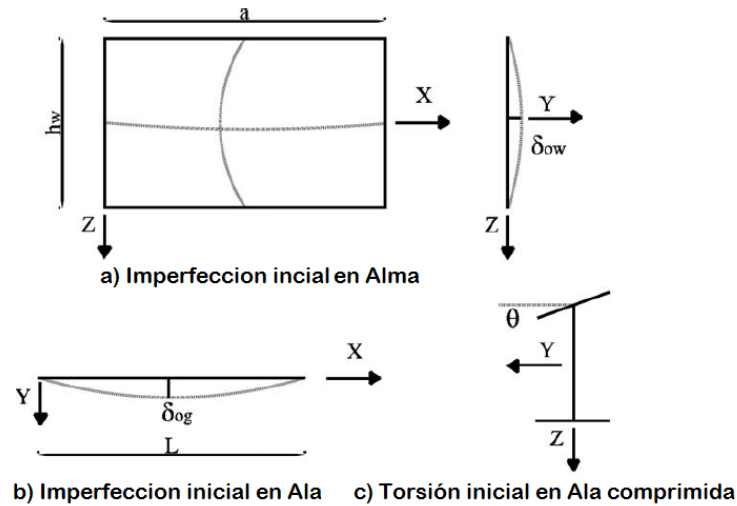
- $t_w$ , espesor del alma
- $h_w/100$ , siendo  $h_w$  la altura del alma libre entre alas.

Además, se afirma en el Anexo C-EN1993-1-5 que la forma de la imperfección elegida debería conducir a la resistencia más baja para cada caso. Por último, el análisis refinado requiere la modelización numérica estructural con imperfecciones por medio de un patrón de tensión residual típico. Vale la pena mencionar que no se dan detalles específicos concernientes a qué patrón se debe utilizar para cada caso.

La segunda posibilidad de incluir las imperfecciones es definida por una geometría equivalente donde las imperfecciones pueden basarse en las siguientes consideraciones:

- Una imperfección fuera de la rectitud del panel del alma  $\delta_{ow}$  (Figura 3.6 (a)). De acuerdo a EN1993-1-5 incluidas en el anexo C, tomando el valor mínimo entre  $(a/200$  y  $h_w/200)$ .
- Una imperfección de la viga en el ala  $\delta_{ow}$  (Figura 3.6 (b)). Esto representa una desviación lateral en la dirección longitudinal. El valor mínimo para ser introducido siguiente según EN1993-1-1 es  $L/100$  para vigas utilizando la curva de pandeo  $d$ .
- Un ángulo  $\theta$  torsión inicial en el ala superior y/o rigidizador longitudinal (Figura 3.6 (c)). La magnitud de esta torsión debe ser al menos  $1/50$  radianes.

La modelación geométrica se basara en modos propios. Estas imperfecciones se fundamentan en sobreponer un modo de pandeo, que será introducido en la simulación de la viga armada. Este procedimiento es muy ventajoso ya que no hay necesidad de modelar geometrías complejas. El método requiere la ejecución de los modelos para el análisis de predicción de los valores propios y el procedimiento para análisis no lineal podrá ser idéntico. Las mallas se pueden diseñar como estructuradas, siguiendo el diseño de malla realizada en la Figura 3.4. El método consiste en perturbar la geometría recta inicial por un modo propio dado o diferentes modos propios superpuestas escalados de modo que la mayor perturbación es conocida con el valor de  $w$ .



**Figura 3.6:** Introducción de imperfecciones con geometría equivalente (Chacón, 2009).

#### 3.1.4.2. Modelización numérica de acuerdo con EN 1993-1-5 Anexo C.

Considerando que el estudio de esta tesina es evaluar la inestabilidad de vigas curvas armadas frente a esfuerzo cortante, se adoptara el modo de pandeo más adecuado, siguiendo los resultados de inestabilidad que presentaron los ensayos experimentales (Shanmugam et al., 2003) (Figura 3.7). El modo de pandeo debe cumplir las siguientes características de inestabilidad:

- Se debe garantizar que el modo de fallo sea de inestabilidad por esfuerzo cortante. Es decir que el campo de tensiones sea activado en los paneles en la dirección correcta.
- El modo propio de pandeo adoptado debe ser simétrico en los dos paneles ya que el modelo es longitudinal y transversalmente iguales en geometría, condiciones de contorno, y carga.
- El desplazamiento máximo ( $u_y$ ) del panel del alma debe estar en dirección del radio de curvatura de la viga asegurando que la abolladura se forme en esa dirección cumpliendo con los ensayos experimentales.



**Figura 3.7:** Campo de tensiones observado en ensayos experimentales de vigas armadas. (Shanmugam et al., 2003).

Tabla 3.3 muestra la información de carga crítica y los modos propios de las vigas armadas curvas, modeladas numéricamente para la verificación del modelo paramétrico de esta investigación, obtenidos a través de un análisis de valor propio en vigas C15W200 y C45W200.

Centrándose en la muestra C15W200, se observa que el modo propio M1 mostró un campo de tensiones simétrico en las dos paneles pero inverso a las tensiones de cortante, llamado (SI). Este tipo de modo propio crítico da como resultado cargas críticas negativas, lo cual es un resultado falso. También se observa en los modos propios M2 y M3 que la sección transversal vertical del alma presenta deformación nula. Estos modos propios se conocen como anti simétrica inversos (ASI) o cortante (ASC), cuales difícilmente conducirán a la resistencia más baja requerida en EN1993-1 5 incluidas en el anexo C. El modo propio M4 es de inestabilidad por esfuerzo cortante para vigas armadas con curvatura horizontal (SC).

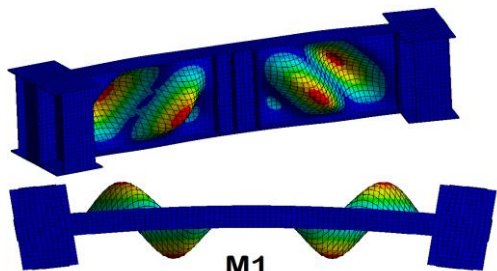
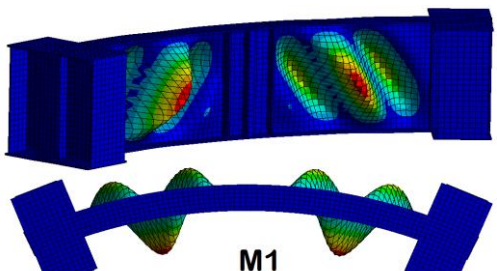
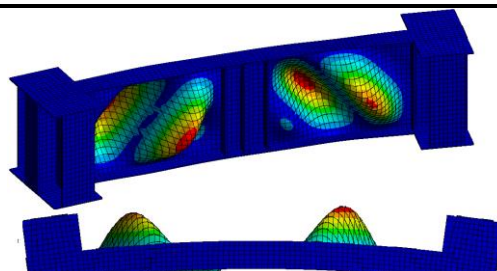
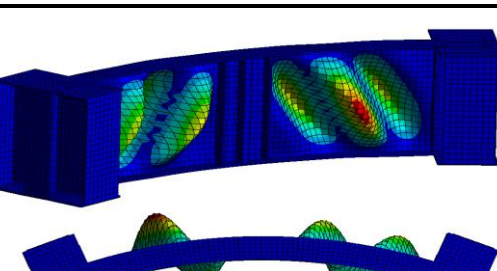
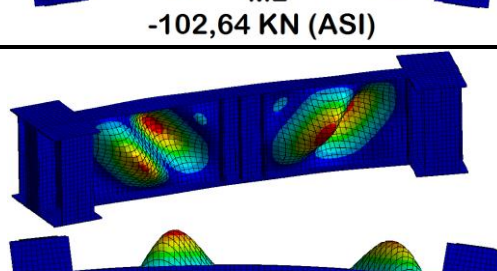
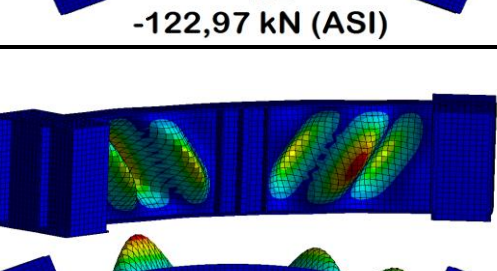
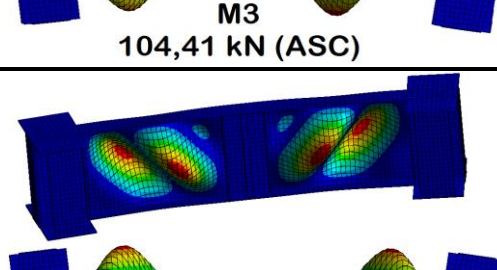
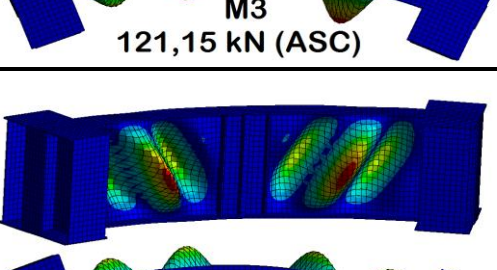
La extracción de valor propio realizado en C45W200 mostró resultados ligeramente diferentes. Dos modos anti simétricos y uno simétrico inverso fueron observados en M2-M3 y M1, respectivamente. La deformación tipo senoidal, por tener mayor curvatura, trata de forma tres ondas en vez de dos. La cuarta forma es un modo propio relacionado a inestabilidad por esfuerzo cortante de vigas armadas con curvatura horizontal (SC).

Los modos propios (M4) cumplen con la inestabilidad por cortante de vigas curvas armadas conllevando a desplazamientos máximos de  $u_y = 1.001 \text{ mm}$  y  $u_y = 1.018 \text{ mm}$  en C15W200 y C45W200, respectivamente. Estos desplazamientos se reajustaran de acuerdo a lo definido en EN1993-1-5, encontrando la imperfección geométrica total calculada como  $(u_y * h_w / [200])$ , como factor de escala. Shanmugam *et al.* (2003) definió en su modelo numérico como máxima amplitud de la imperfección el espesor máximo del alma ( $t_w$ ) determinando de forma empírica y teniendo resultados satisfactorios en su modelo numérico.



### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

**Tabla 3.3:** Cortante crítico (kN) y modos críticos. Simétrico Inverso (SI), Anti simétrico inverso (ASI), Anti simétrico Cortante (ASC) y pandeo por corte (SC).

C15W200	C45W200
 <p><b>M1</b> -103,24 kN (SI)</p>	 <p><b>M1</b> -123,62 kN (SI)</p>
 <p><b>M2</b> -102,64 kN (ASI)</p>	 <p><b>M2</b> -122,97 kN (ASI)</p>
 <p><b>M3</b> 104,41 kN (ASC)</p>	 <p><b>M3</b> 121,15 kN (ASC)</p>
 <p><b>M4</b> 104,46 kN (SC)</p>	 <p><b>M4</b> 121,81 kN (SC)</p>

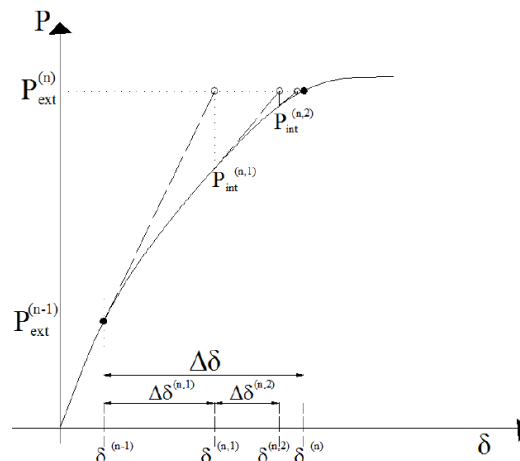
#### 3.1.5. Tipo de análisis utilizado

##### ➤ Análisis no lineal

La verificación del modelo es basado por la simulación de las dos pruebas experimentales de Shanmugam *et al.* (2003). Las cargas últimas se determinan por análisis no lineal geométrico y no lineal del material, incluyendo imperfecciones inicial equivalente de la deformada de un modo de pandeo en correspondencia con el tipo de falla esperado. El enfoque de Newton-Raphson se utiliza en el análisis no lineal. La no lineal geométrico se considera de análisis de grandes desplazamientos y tensiones.

El objetivo del análisis no lineal es rastrear la respuesta del modelo estructural que se somete a una historia de carga particular. Esto se hace generalmente usando un procedimiento incremental iterativo. La respuesta estructural se calcula después de cada incrementar tomando el paso anterior como el estado inicial, permitiendo la actualización para cada paso de la tensión acumulada y las coordenadas nodales a fin de tener en cuenta tanto materiales y no linealidades geométricas. Es muy importante distinguir entre el criterio que fija el tamaño de cada paso y el procedimiento iterativo que resuelve las ecuaciones de equilibrio.

Para la mayoría de los casos, el programa numérico utilizado Ansys utiliza el método de Newton-Raphson (Figura 3.8) como técnica iterativa para resolver las ecuaciones de equilibrio no lineales. La razón de esta es principalmente la seguridad de convergencia obtenida mediante el uso de este método, en comparación con las tasas de convergencia exhibidos por los alternos (por lo general modificada-Newton o cuasi-Métodos de Newton).



**Figura 3.8:** Método estándar de Newton-Raphson (Chacón, 2009).

Por otra parte, un criterio que fija el tamaño de cada paso también debe ser definido. De hecho, esta estrategia de solución es independiente de la elección del procedimiento iterativo. Ejemplos de técnicas

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

de control de paso de tamaño incluyen el control de la carga, el control de desplazamiento o las varias versiones de longitud de arco (Riks, 1979; Mathies y Strang, 1979; Crisfield, 1983).

Utilizando la técnica de control de desplazamiento. Evitamos que una vez que se ha agotado la capacidad de incremento de carga, el proceso de iteración oscila o diverge y el equilibrio no se pueda restaurar. Ya que uno de los objetivos es evaluar la capacidad pos-crítica, se podrá aumentar más allá del pico de carga y en segundo lugar, es conocido que la divergencia puede ser debido a otras razones diferentes al de colapso. La técnica diagrama de carga-desplazamiento más allá del pico se ha desarrollado con el fin de cumplir con estas deficiencias.

El control de desplazamiento directo es una técnica rentable comúnmente utilizada. En este caso, el punto de carga se considera como un apoyo adicional con el desplazamiento prescrito que conoce de antemano y la fuerza que actúa sobre la estructura se mide como la reacción generada en los apoyos.

#### 3.1.6. Análisis de tamaño de malla de elementos finitos

La elección del tamaño de la malla adecuado es muy importante para la exactitud requerida en los resultados. Con el fin de obtener la precisión deseada y al mismo tiempo obtener un óptimo coste computacional se realizara un análisis de tamaño de malla, ejecutando el modelo numérico con diferentes cantidades de elementos finitos de forma controlada en sentido creciente. Este incremento se realizara hasta cumplir con el objetivo que la cantidad de elementos cumpla con la exactitud de los resultados y el tiempo de cálculo sea aceptable.

Los análisis fueron realizados para diferentes tamaños de malla, que van desde las más gruesas de  $95 \times 95 \text{ mm}$  aprox, que representa 548 elementos cuadriláteros Shell-181, a mallas bastante finas de  $57 \times 57 \text{ mm}$  aprox, que representa 1.344 elementos cuadriláteros Shell-181. Un resumen del análisis del tamaño de malla hecho para la viga C15W200 se muestra en la Tabla 3.4. Se observa que una relación  $h_w/8$  para el tamaño del elementos  $70 \times 70 \text{ mm}$  aprox, representando 832 elementos cuadriláteros Shell-181, encaja en los requisitos de precisión requerida encontrando un 98,8% de correspondencia con la carga ultima obtenida en el ensayo experimental de Shanmungan *et al.* (2003).

**Tabla. 3.4:** Análisis de tamaño de malla de Viga C15W200.

Tamaño elemento	Nº Elemento	$F_w, Exp [kN]$	$F_w, Num [kN]$	Tiempo (Seg)	Error [%]
95	548	232	239,46	104,69	-3,22
80	736	232	236,38	121,41	-1,89
70	832	232	234,74	134,53	-1,18
63	1104	232	235,66	161,72	-1,58

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

La Figura 3.9 muestra el análisis de densidad de malla de la viga C15W200, relacionando los resultados finales de los modelos vs. el tiempo utilizado por el computador. La carga ultima obtenida numéricamente ( $F_{u-num}$ ) estará dividida con la carga ultima experimental ( $F_{u-exp}$ ) y el tiempo estará en segundos utilizado por el computador para cada modelo numérico. Apreciando que los elementos tipo Shell de 70x70mm relacionan mejor resultado y costo computacional.

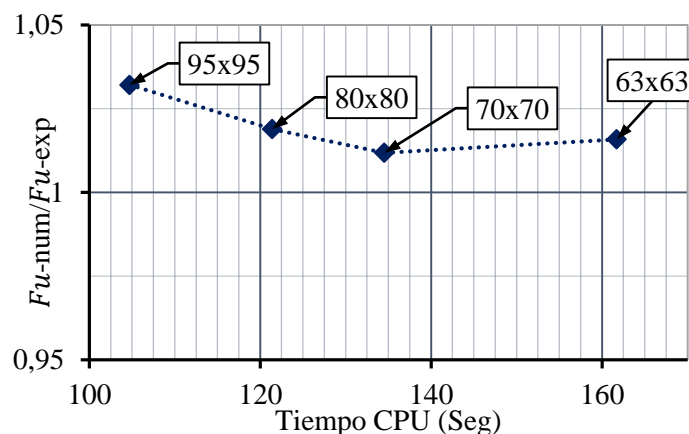


Figura 3.9: ( $F_{u-num}/F_{u-exp}$ ) vs tiempo CPU. Viga C15W200.

#### 3.1.7. Verificación del modelo

En la Tabla 3.5 se muestra la comparación de nuestros resultados numéricos para vigas con curvatura horizontal sometidas a esfuerzo cortante frente a los modelos numéricos de Shanmugam *et al.* (2003), considerando la imperfección máxima recomendada por el autor de un valor igual al espesor del alma y considerando las recomendaciones de la EN 1993-1-5, recogida en su tabla C.2, para paneles o sub-paneles. En nuestro caso  $a$  y  $h_w$  considera un valor máximo de imperfección del mínimo ( $a/200$ ;  $h_w/200$ ). Se aprecia que la diferencia de la carga ultima experimental  $F_{uexp}$  y del modelo numérico  $F_{num1}$  de Shanmungan (2003) con el modelo numérico utilizado en esta tesina en ninguno de los casos se supera el 6% y 4%, respectivamente.

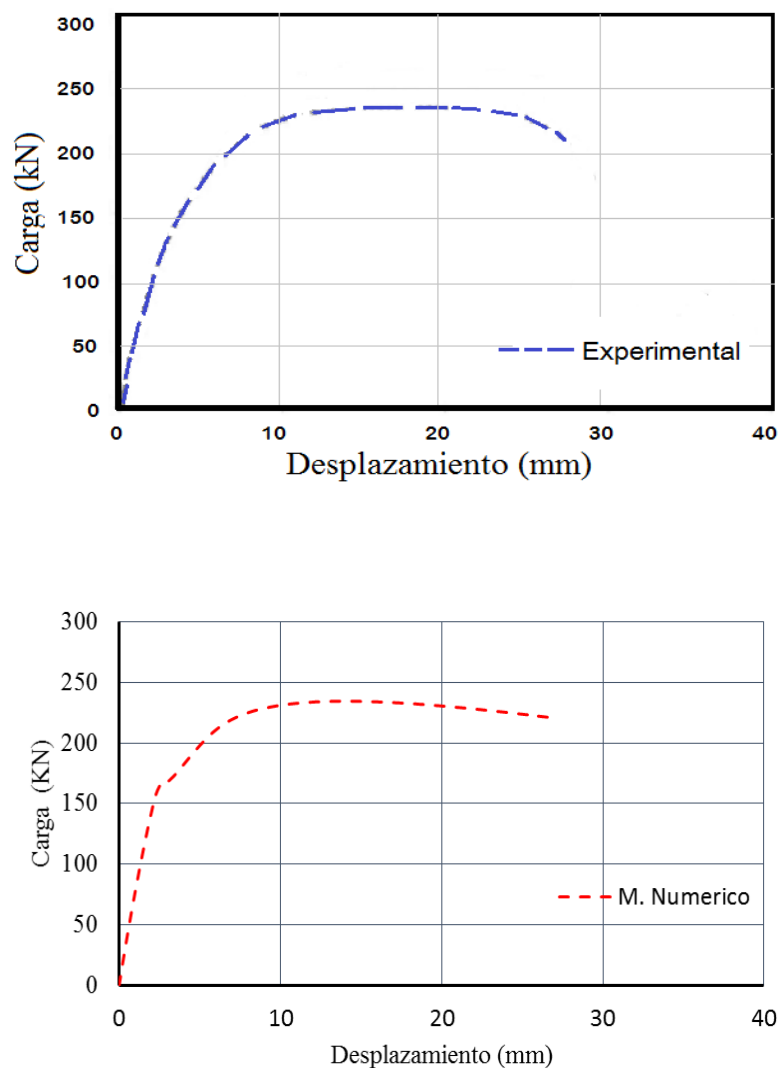
Tabla 3.5: Comparación con los resultados de Shanmugam *et al.* (2003) y el modelo numérico, en función de la magnitud de la imperfección.

Muestra	$F_{uexp}$ (kN)	$F_{num1}$ Shanmunga (2003) (kN)	Modelo Ansys		Diferencia			
			$F_{num2}$ Imp-tw (kN)	$F_{num3}$ Imp-EC (kN)	$F_{num1}$ / $F_{num2}$	$F_{num1}$ / $F_{num3}$	$F_{exp}$ / $F_{num2}$	$F_{exp}$ / $F_{num3}$
C15W200	232	244	246,64	234,74	0,99	1,04	0,94	0,99
C45W200	195	210	202,36	198,32	1,04	1,06	0,96	0,98

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

Las vigas C15W200 y C45W200, con el modelo numérico, determinaron que las cargas de rotura son 234,74 kN y 198,32 kN, respectivamente. Por otro lado la carga última en las pruebas experimentales fue 232 kN y 195 kN, por lo que la exactitud que se obtuvo mediante el modelo numérico es 99% y 98% en cada viga.

El último paso para la validación del modelo utilizado en el presente documento es la comparación de los diagramas de carga-desplazamiento entre las medidas experimentalmente y las del modelo numérico. Figura 3.10 muestra las dos curvas de carga kN vs desplazamiento (deflexión) mm de la viga C15W200. La Figura 3.10 (superior) es la obtenida de forma experimental por Shanmungan *et al.*(2003) y Figura 3.10 (inferior) constituye la del modelo numérico de esta tesina exponiendo comportamiento muy similar, encontrado la carga última aproximadamente a los 15 mm del desplazamiento.

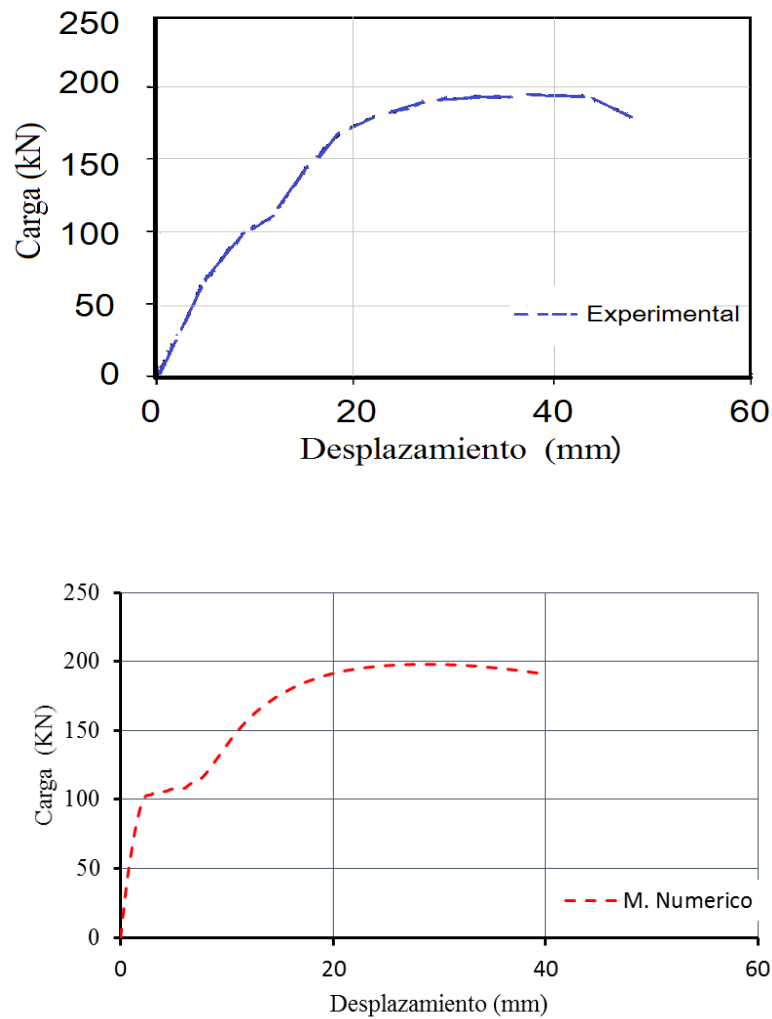


**Figura. 3.10:** Diagrama Carga vs Desplazamiento, viga C15W200. (a)Experimental (b) Modelo Numérico (Shanmugam *et al.*, 2003).

Figura 3.11 muestra las dos curvas de carga kN vs desplazamiento (deflexión) mm de la viga C45W200. La Figura 3.11 (superior) es la obtenida de forma experimental por Shanmungan *et al.*(2003) y la Figura

### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

3.11 (inferior) constituye la del modelo numérico de esta tesina exponiendo comportamiento muy similar, encontrado la carga última aproximadamente en ambos caso a los 26 mm del desplazamiento.



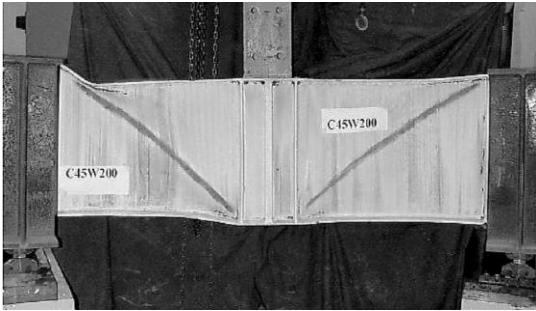
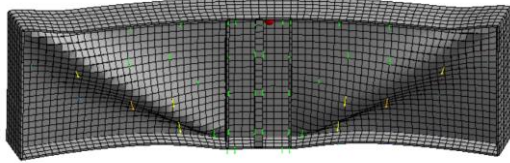
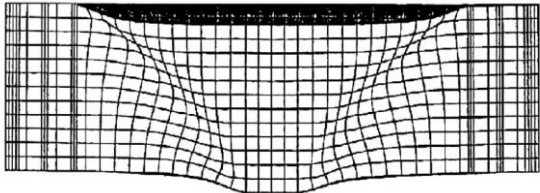
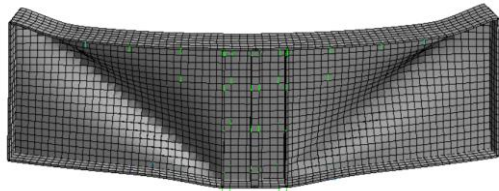
**Figura 3.11:** Diagrama Carga vs Desplazamiento, viga C45W200. (a) Experimental (b) Modelo Numérico (Shanmugam et al., 2003).

La forma final y el modo de fallo observado en las pruebas y en las simulaciones numéricas también se comparan. La Tabla 3.6 muestra la deformada final de la muestra C45W200 y del modelo numérico, logrando gran similitud.



### 3. DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

**Tabla. 3.6:** Comparación de la deformada final de nuestro modelo con el ensayo y modelo realizado por Shanmungam *et al.*(2003).

SHANMUNGAM, 2003	MODELO NUMÉRICO (Ansys)
<p>a) Campo de deformación de la viga C45W200 (vista interna del arco)</p> 	<p>a) Campo de deformación del modelo numérico de la viga C45W200 (vista interna del arco)</p> 
<p>b) Campo de deformación del modelo numérico de la C45W200 (vista externa del arco)</p> 	<p>b) Campo de deformación del modelo numérico de la C45W200 (vista externa del arco)</p> 

Sobre la base de las investigaciones se puede extraer las siguientes conclusiones:

- Como puede verse en las secciones anteriores, el modelo presenta un buen resultado de acuerdo con los resultados medidos en el programa de prueba y ensayos realizados por Shanmungam *et al.*(2003).
- La comparación del diagrama de carga-desplazamiento mostró un muy buen acuerdo entre los resultados medidos y calculados.
- La imperfección aplicado en el estudio paramétrico de vigas será para todos los análisis de  $(h_w/200)$  siguiendo las recomendaciones de la norma EN 1993-1-5, utilizando el primero modo propio como una forma de imperfección.

### 4. Estudio paramétrico

#### 4.1. Modelo de elementos finitos utilizado en el estudio paramétrico

##### 4.1.1. Información general sobre el esquema de la investigación numérica

Después de haber establecido la exactitud del modelo de elementos finitos para predecir la capacidad última a esfuerzo cortante de las vigas armadas con curvatura horizontal, se llevó a cabo un estudio paramétrico con diversas variables geométricas para apreciar cómo afectaban en su comportamiento y sus capacidades últimas resistentes. Apoyado en las causas principales que dominan la inestabilidad crítica elástica y pos-crítica a esfuerzo cortante en vigas rectas, se tomó como variables las esbelteces de los paneles y la separación entre rigidizadores transversales. Por otra parte siendo el objetivo principal del estudio el comportamiento de las vigas armadas con curvatura horizontal, se plantearon diferentes radios de curvaturas.

Los paneles que forman las vigas armadas de sección I se conocen como alma y alas, donde sus esbelteces están dadas con la relación de su altura o ancho entre su espesor, en el cual la esbeltez del alma será  $(h_w/t_w)$  y de las alas  $(b_f/2t_f)$ . La esbeltez del alma puede tener gran variabilidad, por ende se enmarcaron de forma conveniente en tres situaciones críticas para lograr estudiar su influencia. La primera fue denominada almas poco esbeltas  $h_w/t_w = 83,33$ , donde el espesor era muy grande respecto a la altura. La segunda fue nombrada almas muy esbeltas  $(h_w/t_w = 200,00)$ , cuando el espesor de alma era muy bajo respecto a su altura y como último fue un valor intermedio llamado esbeltas con relación  $(h_w/t_w = 166,67)$ .

Las distancias entre rigidizadores transversales ( $a$ ) se relacionaron con  $h_w$  de forma adimensional conociéndola como la relación de aspecto ( $a/h_w$ ). Esta relación es importante para el estudio de la inestabilidad por esfuerzo cortante. Por dominar las geometrías de los paneles del alma y con ello el efecto de membrana, se adoptaron tres valores de forma estratégica y acorde a los utilizados regularmente en los puentes europeos cuando los rigidizadores transversales se encuentran estrechamente distanciados ( $a/h_w = 2$ ), muy distanciados ( $a/h_w = 4$ ) y una situación intermedia ( $a/h_w = 3$ ).

La variable fundamental de esta tesina fue el radio de curvatura horizontal ( $R$ ), el cual estuvo directamente relacionado con la distancia entre los rigidizadores ( $a/R$ ). Los radios se escogieron tomando en cuenta los puentes curvos comúnmente utilizados en Europa, como también radios algo excesivos para poder tener tendencias de comportamiento estructural. Se planteó cuatro relaciones ( $a/R$ ) de forma ascendente, donde la mayor correspondió a la máxima curvatura impuesta y la menor



## 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

fue cercana a una viga recta. Las cuatro relaciones utilizadas fueron ( $a/R = 0,05; 0,10; 0,15$  y  $0,20$ ), que fueron impuestas para cada esbeltez de alma y relación de aspecto. Imperiosamente se tomó una relación de  $a/R=0$  (viga recta) para cada espécimen de viga que se le impuso alguna curvatura, para utilizarla como patrón de comparación y lograr visualizar la evolución de comportamiento estructural de cada simulación numérica de esta tesina.

Estos parámetros claves han sido utilizados para definir el nombre de cada viga en el estudio paramétrico para identificar las vigas analizadas de manera sencilla. La identificación de las vigas utilizó el siguiente formato ( $VC-h_w - t_w - a/R - a$ ). Por ejemplo, para una viga con las siguientes geometrías:  $a = 4000\text{ mm}$ ,  $R = 80.000\text{ mm}$ ,  $h_w = 2000\text{ mm}$ ,  $t_w = 12\text{ mm}$  se identificó como (VC-2-12-05-4).

En este apartado se presentará el modelo numérico utilizado en esta tesis, con una pequeña descripción que incluye los datos geométricos pertinentes, las condiciones de contorno y los desplazamientos aplicados en las vigas. Una figura sobre el modelo numérico y el modo de falla típica también se presentará.

### 4.1.2. Definición de prototipos a utilizar

#### 4.1.2.1. Geometrías analizadas

El modelo numérico paramétrico desarrollado en el presente estudio de inestabilidad por esfuerzo cortante en vigas con curvatura horizontal se basó de acuerdo a los mismos principios utilizados en las simulaciones numéricas de las pruebas descritas en el capítulo 3. Las geometrías de las vigas armadas estaban comprendidas por dos vanos igualmente distanciados y nueve rigidizadores transversales. Los rigidizadores transversales se encontraban distribuidos de la siguiente manera, tres ubicados en el centro de la viga y tres en cada extremo de la viga. En la Figura 4.1 se muestra la geometría de las vigas utilizadas en el estudio paramétrico de vigas con curvatura horizontal.

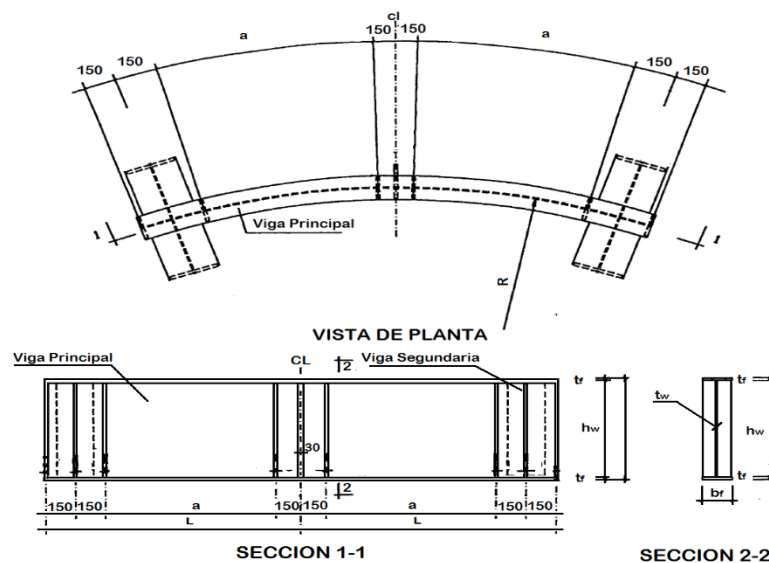
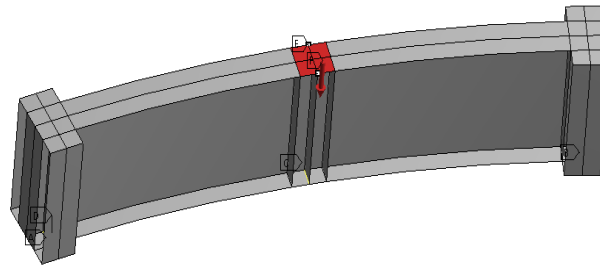


Figura 4.1: Modelo numérico desarrollado para el estudio paramétrico.

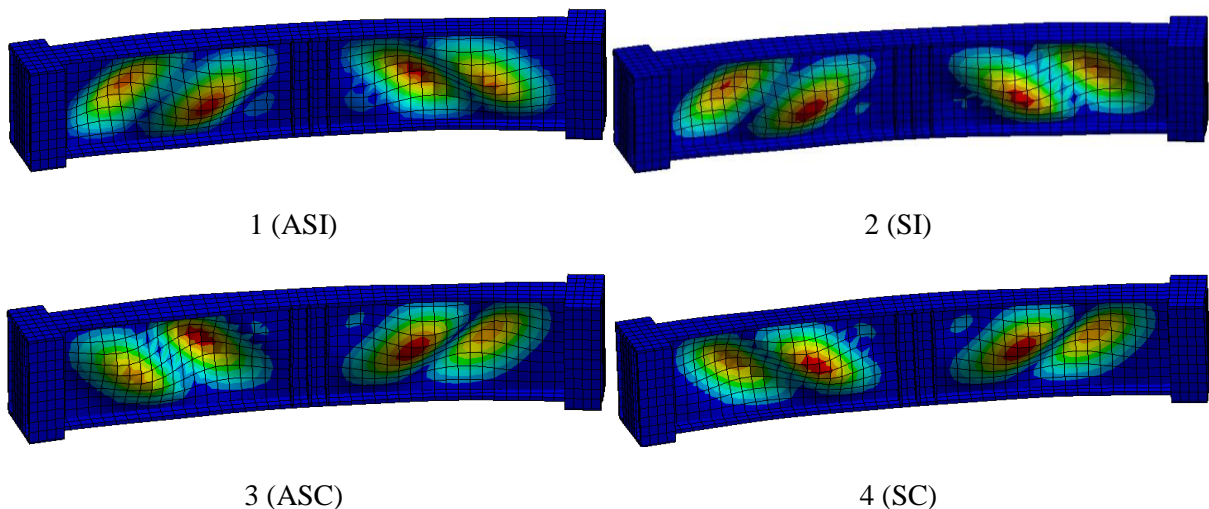
### 4.1.2.2. Condiciones de contorno y carga aplicada

Las condiciones de contorno utilizadas en el modelo numérico paramétrico tenían permitidos todos los movimientos en sus extremos a excepción de los desplazamientos verticales y rotaciones tangenciales. Con el fin de evitar cualquier tipo de deformaciones no deseadas y por simetría, se restringió de forma radial y tangencial el centro de la viga en las alas inferior y superior donde fue aplicada la carga. La carga aplicada fue introducida como un desplazamiento vertical sobre el ala superior en el centro de la viga, en el área que enmarca los rigidizadores centrales. La ubicación del desplazamiento aplicado en los modelos numéricos se presenta en la Figura 4.2.



**Figura 4.2:** Ubicación del desplazamiento en el modelo paramétrico.

Figura 4.3 muestra los cuatro modos de pandeo elástico típicos observados en las simulaciones numéricas. Estos modos de fallos corresponden a los expuestos en el capítulo 3 (Tabla 3.3). En esta figura la primera y segunda imagen corresponden a los modos de fallos donde el campo de tensiones se encuentra en posición inversa (ASI y SI). En la imagen 3 se nota un campo de tensiones correspondiente a inestabilidad por esfuerzo cortante pero no simétrico (ASC) y la cuarta imagen corresponde al modo adoptado para el estudio de inestabilidad por esfuerzo cortante de vigas con curvatura horizontal (SC).



**Figura 4.4:** Modos típicos observados en el análisis de inestabilidad por cortante.

## 4.1.3. Parámetros de estudio

La base de datos numéricos se construyó siguiendo los parámetros antes mencionados, escogido acorde a los puentes con curvatura horizontal típicos encontrados en Europa. Divididos en dos familias, conformados el primero con tres grupos 0- I -II y el segundo con dos III- IV.

Cada grupo de la familia uno consistía de una relación de esbeltez de alma constante con tres relaciones de aspecto, adheridas a cuatro radios de curvaturas distintos más su correspondiente viga recta. Es de destacar que, excepto dentro del grupo cero cuando la relación de aspecto es igual a cuatro, la esbeltez del ala se modificó para garantizar una falla por inestabilidad por esfuerzo cortante de la viga. Los grupos de la familia dos incluyeron una altura fija del alma con tres relaciones de aspecto del alma variando solo su espesor, adheridas a tres relaciones de aspecto más las vigas rectas correspondientes. En las dos familias el límite elástico de las alas y el alma se mantuvo constante, donde el parámetro  $f_y/f_w = 355/355 = 1,0$  (Vigas homogéneas). Tabla 4.1 resume el conjunto de variaciones, lo que dio a lugar a una cantidad de 75 especímenes.

**Tabla 4.1:** Propiedades de las vigas en las simulaciones numéricas.

Variación numérica de datos	Grupos				
	Familia-1			Familia-2	
	0	I	II	III	IV
<b>Límite elástico <math>f_y</math> (N/mm<sup>2</sup>)</b>	355	355	355	355	355
<b><math>R</math> (mm)</b>	$\infty$	$\infty$	$\infty$		
	80.000	160.000	240.000		
	60.000	120.000	180.000		
	40.000	80.000	120.000	$\infty$	$\infty$
	30.000	60.000	90.000	160.000,0	160.000,0
	26.667	53.333	80.000	80.000,00	80.000,00
	20.000	40.000	60.000	40.000,00	40.000,00
	15.000	30.000	55.000	20.000,00	20.000,00
	13.333	40.000	45.000		
	10.000	26.667	40.000		
		20.000	30.000		
<b><math>h_w</math> (mm)</b>	1.000	2.000	3.000	1.000	1.000
<b><math>a</math> (mm)</b>	2.000	4.000	6.000	2.000	2.000
	3.000	6.000	9.000	3.000	3.000
	4.000	8.000	12.000	4.000	4.000
<b><math>t_w</math> (mm)</b>	12	12	15	12	8
<b><math>t_s</math> (mm)</b>	30	30	30	30	30
<b>Dimensión de Ala (mm)</b>	450x45,3 600x40	600x45	900x70	500x45	500x45
<b>Vigas por grupo</b>	15	15	15	15	15
<b>Número total de simulaciones numéricas</b>	75				

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

Tabla 4.2 muestra las relaciones de las vigas simuladas numéricamente de forma adimensional. Notablemente los parámetros fundamentales son  $h_w/t_w$  -  $a/R$  -  $a/h_w$  en los grupos de cada familia. Se aprecia que las proporciones de las alas pueden satisfacer al menos la sección clase 2 según EN1993-1-1, ya que el ala comprimida puede someterse a niveles de tensiones no despreciables después de la inestabilidad del alma.

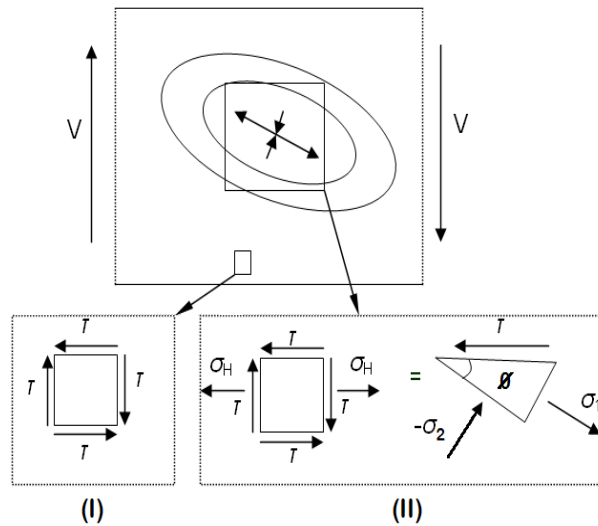
**Tabla. 4.2:** Propiedades adimensionales de las vigas en las simulaciones numéricas.

Variación numérica de datos	Grupos				
	Familia-1			Familia-2	
	0	I	II	III	IV
$f_{yf}/f_{yw}$	1	1	1	1	1
$h_w(mm)$	1.000	2.000	3.000	1.000	1.000
$h_w/t_w$	83,33	166,67	200,00	83,33 125,00 250	83,33 125,00
$a/R$	0	0	0,00	0,00	0,00
	0,05	0,05	0,05	0,01	0,02
	0,10	0,10	0,10	0,03	0,04
	0,15	0,15	0,15	0,05	0,08
	0,20	0,20	0,20	0,10	0,15
$a/h_w$	2	2	2	2	3
	3	3	3		
	4	4	4		
$b_f/2t_f$	4,97 7,5	6,67	6,43	5,56	5,56
Clase de sección de alas	1-2	1	1	1	1

Anexo A incluye informaciones significativas relacionadas con las propiedades de las vigas así como el resultado de esfuerzo cortante crítico y último obtenido para cada simulación. Los resultados obtenidos mediante la aplicación de las actuales formulaciones EN1993-1-5 también se incluyen dentro de los resultados que se muestra en las tablas. En las próximas secciones, los resultados se presentan gráficamente en una forma destilada (para más detalles de cada simulación, véase el anexo A).

#### 4.2. Análisis numérico. Inestabilidad por esfuerzo cortante de vigas curvas

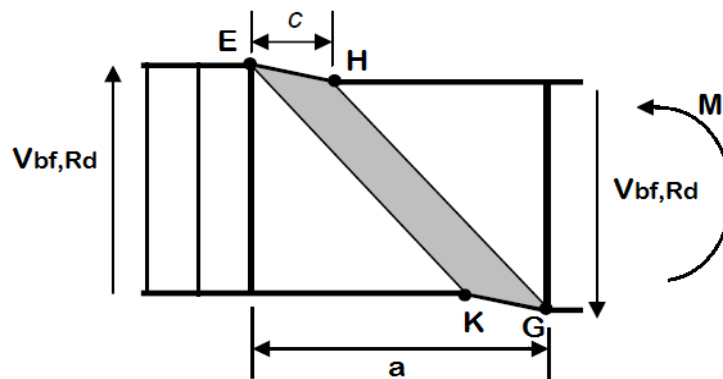
Las resistencias últimas a esfuerzo cortante de vigas armadas rectas en el código normativo (EN 1993-1-5 2006) se basa en el método del campo girado de tensiones (Höglund, 1971) como se explicó en el capítulo 2, donde las resistencias últimas a esfuerzo cortante están dadas por la suma del aporte del alma y las alas. La Figura 4.5 representa la teoría del campo girado de tensiones.



**Figura 4.5:** Teoría del campo girado de tensiones. (I) Cortante Puro, (II) luego de sobrepasar la tensión crítica a cortante.

El aporte del alma a la resistencia última dependerá del extremo del panel, si el rigidizador extremo es muy rígido el campo de tensiones se anclara mejor, si es poco rígido el campo de tensión se ancla pero falla rápidamente la estructura o fallan los rigidizadores.

La contribución de las alas a la resistencia última a esfuerzo cortante es encontrada mediante una solución analítica; admitiendo un estado de cortante puro donde se forman cuatro rotulas plásticas en las alas y se calcula el esfuerzo cortante máximo, utilizando el principio de los trabajos virtuales y considerando la reducción del momento plástico por el aporte del momento actuante a flexión. La Figura 4.6 muestra el mecanismo de colapso, con la formación de las cuatro rotulas plásticas en las alas.



**Figura 4.6:** Teoría de campo girado de tensiones. Mecanismo de colapso, con formación de cuatro rotulas plásticas en el ala E-H-K-G.

La pregunta es, si estas respuestas teóricas son válidas para vigas armada con curvatura horizontal o hasta que limite de  $a/R$ . Por tanto se realizara este estudio paramétrico.

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

Las tablas 4.2 hasta 4.4 resumen los especímenes seleccionados para la formación de esta sección, evitando ser repetitivo a la hora de presentar los resultados de los especímenes con igualdad de comportamiento. Estos especímenes estarán repartidos en tres bloques según la esbeltez del alma de las vigas como se explicó anteriormente. La verificación teórica EN1993-1-5 también se incluye dentro de las tablas.

**Tabla 4.2:** Propiedades de vigas en simulaciones numéricas .Poco esbeltas  $h_w/t_w = 83,33$ .

Famili a	Grupo	Especímenes	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$a/R$	$a$ (mm)	Ansys (kN)		EN1993-1-5
							$V_{cr}$	$V_u$	$V_u$
1	0	1-0-VC-1-12-00-2	1.000	12	0	2.000	3.118,15	2.221,10	2.172,52
		1-0-VC-1-12-05-2			0,05		3.136,65	2.219,60	
		1-0-VC-1-12-10-2			0,10		3.219,95	2.187,40	
		1-0-VC-1-12-15-2			0,15		3.345,60	2.143,40	
		1-0-VC-1-12-20-2			0,20		3.499,95	2.106,20	
	0	1-0-VC-1-12-00-3	1.000	12	0	3.000	2.928,50	2.172,50	1.907,87
		1-0-VC-1-12-05-3			0,05		2.909,85	2.163,40	
		1-0-VC-1-12-10-3			0,10		3.219,95	2.139,40	
		1-0-VC-1-12-15-3			0,15		3.345,60	2.111,40	
		1-0-VC-1-12-20-3			0,20		3.075,90	2.082,40	
	0	1-0-VC-1-12-00-4	1.000	12	0	4.000	2.853,20	2.192,2	1.737,54
		1-0-VC-1-12-05-4			0,05		2.820,50	2.181,2	
		1-0-VC-1-12-10-4			0,10		2.841,10	2.170,5	
		1-0-VC-1-12-15-4			0,15		2.873,95	2.157,6	
		1-0-VC-1-12-20-4			0,20		2.917,85	2.143,2	

**Tabla 4.3:** Propiedades de vigas en simulaciones numéricas. Esbeltas  $h_w/t_w = 166,67$ .

Familia	Grupo	Especímenes	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$a/R$	$a$ (mm)	Ansys (kN)		EN1993-1-5
							$V_{cr}$	$V_u$	$V_u$
1	I	1-1-VC-2-12-00-4	2.000	12	0	4.000	1.591,20	2.910,00	2.583,81
		1-1-VC-2-12-05-4			0,05		1.614,95	2.870,00	
		1-1-VC-2-12-10-4			0,10		1.737,55	2.631,70	
		1-1-VC-2-12-15-4			0,15		1.872,20	2.342,00	
		1-1-VC-2-12-20-4			0,20		2.039,15	2.209,30	
	I	1-1-VC-2-12-00-6	2.000	12	0	6.000	1.436,20	2.819,50	2.326,31
		1-1-VC-2-12-05-6			0,05		1.457,10	2.722,80	
		1-1-VC-2-12-10-6			0,10		1.516,90	2.526,50	
		1-1-VC-2-12-15-6			0,15		1.635,35	2.446,20	
		1-1-VC-2-12-20-6			0,20		1.694,85	2.348,30	
	I	1-1-VC-2-12-00-8	2.000	12	0	8.000	1.359,95	2.805,90	2.175,91
		1-1-VC-2-12-05-8			0,05		1.385,50	2.708,00	
		1-1-VC-2-12-10-8			0,10		1.423,85	2.551,70	
		1-1-VC-2-12-15-8			0,15		1.480,95	2.385,70	
		1-1-VC-2-12-20-8			0,20		1.550,60	2.327,90	

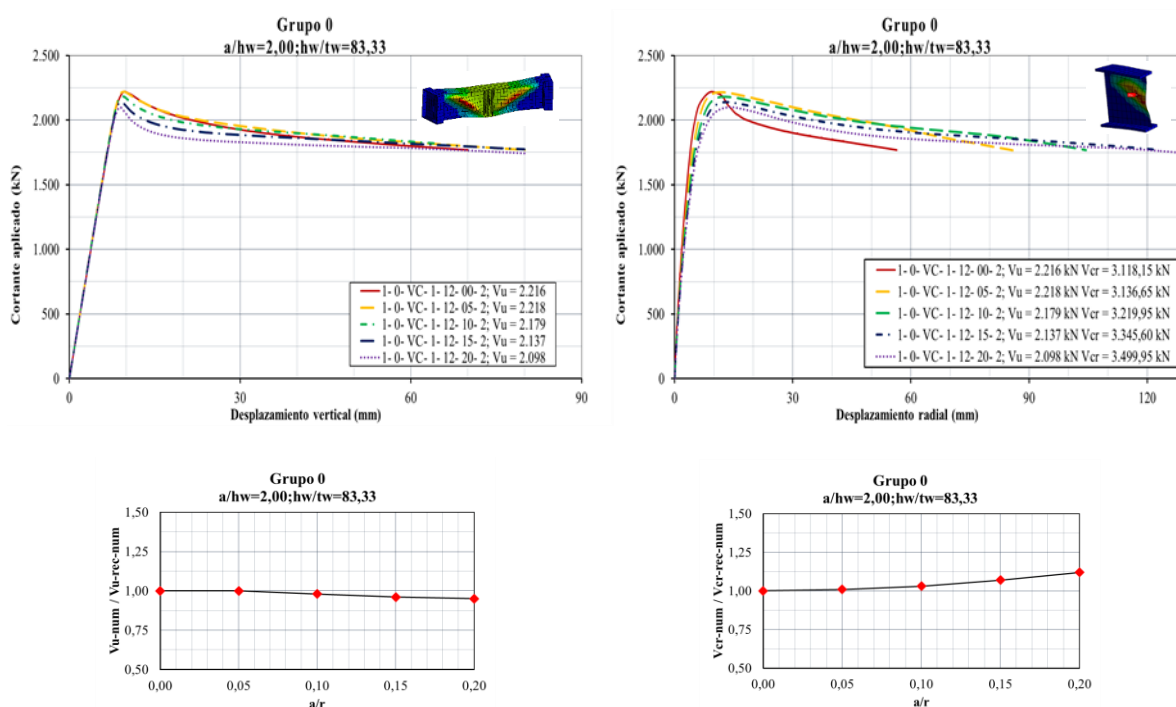
#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

**Tabla 4.4:** Propiedades de vigas en simulaciones numéricas. Muy esbeltas  $h_w/t_w = 200,00$ .

Familia	Grupo	Especímenes	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$a/R$	$a$ (mm)	Ansys (kN)		
							$V_{cr}$	$V_u$	$V_u$
I	II	1-2-VC-3-15-00-6	3.000	15	0	6.000	2.052,25	5.104,90	4.508,02
		1-2-VC-1-15-10-6			0,10		2.373,65	4.552,90	
		1-2-VC-1-12-20-6			0,20		2.883,40	4.267,90	
	II	1-2-VC-1-15-00-9	3.000	15	0	9.000	1.877,75	4.820,40	4.026,13
		1-2-VC-1-15-10-9			0,10		2.040,25	4.211,10	
		1-2-VC-1-15-20-9			0,20		2.334,80	3.966,60	
	II	1-2-VC-1-15-00-12	3.000	15	0	12.000	1.877,75	4.773,50	3.761,77
		1-2-VC-1-15-10-12			0,10		1.938,80	4.512,60	
		1-2-VC-1-15-20-12			0,20		2.140,70	4.032,90	

##### 4.2.1. Vigas curvas de alma poco esbeltas ( $h_w/t_w = 83,33$ )

En primer lugar las Figuras 4.7 hasta Figura 4.9 muestran las relaciones entre el esfuerzo cortante aplicadas con los máximos desplazamientos radiales y verticales de los paneles del alma de las vigas de este bloque, como están caracterizados en la Tabla 4.2. Los desplazamientos máximos radiales provienen de la deformada tipo onda del panel de alma, que se encuentran en dirección del centro de la curvatura. Como criterio de parada para las simulaciones numéricas fue cuando algunos de los paneles, que conforman la viga armada, alcanzaban una deformación unitaria principal a tensión igual al 5 % tal como lo manifiesta EN1993-1-5 Anejo C.



**Figura 4.6:** Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

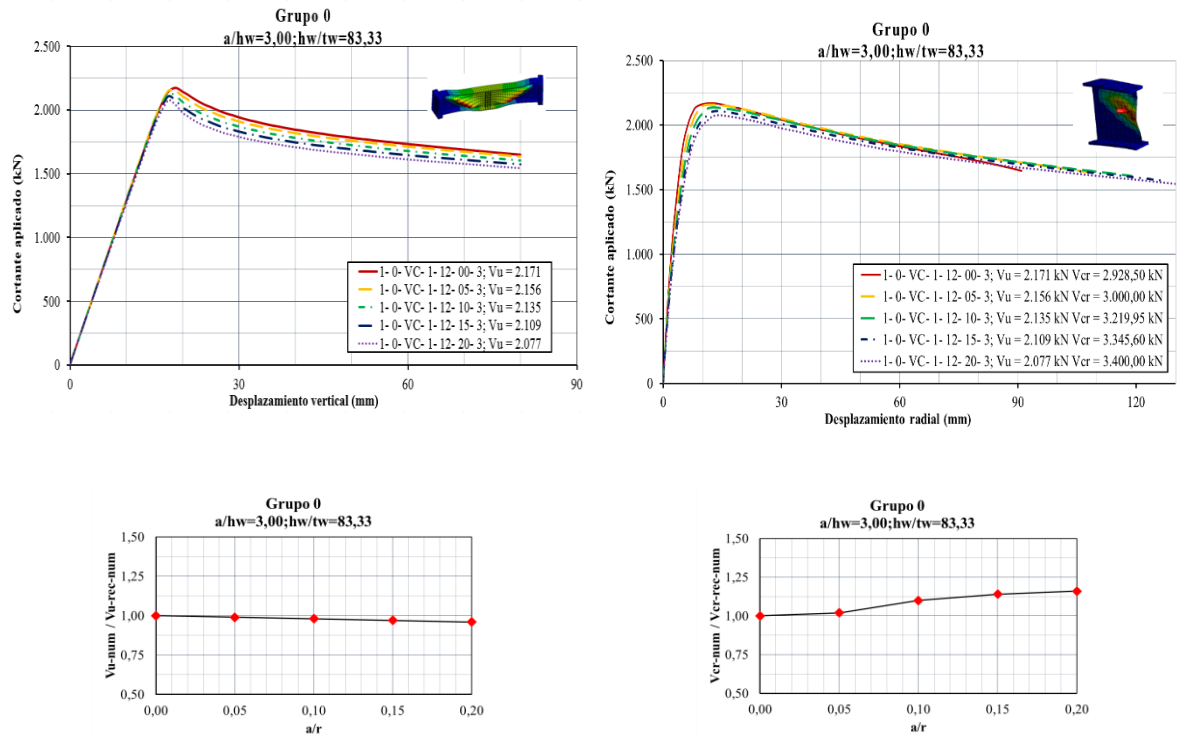


Figura 4.7: Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

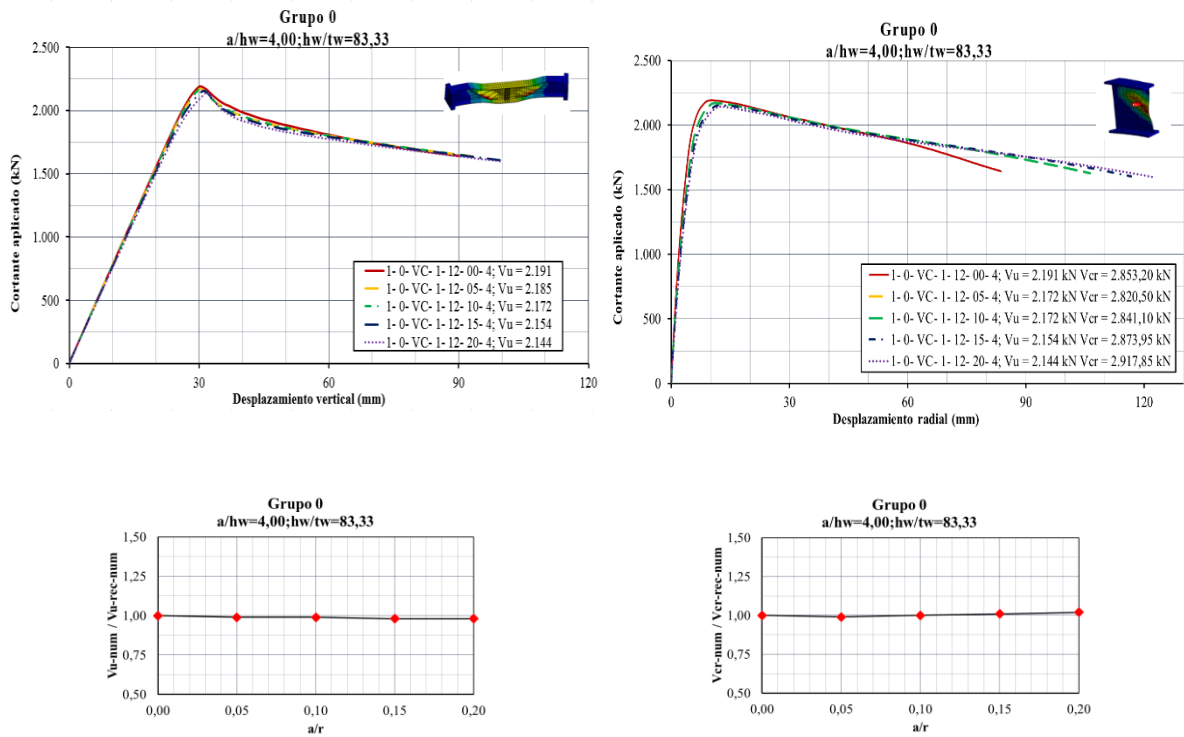


Figura 4.8: Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .



#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

---

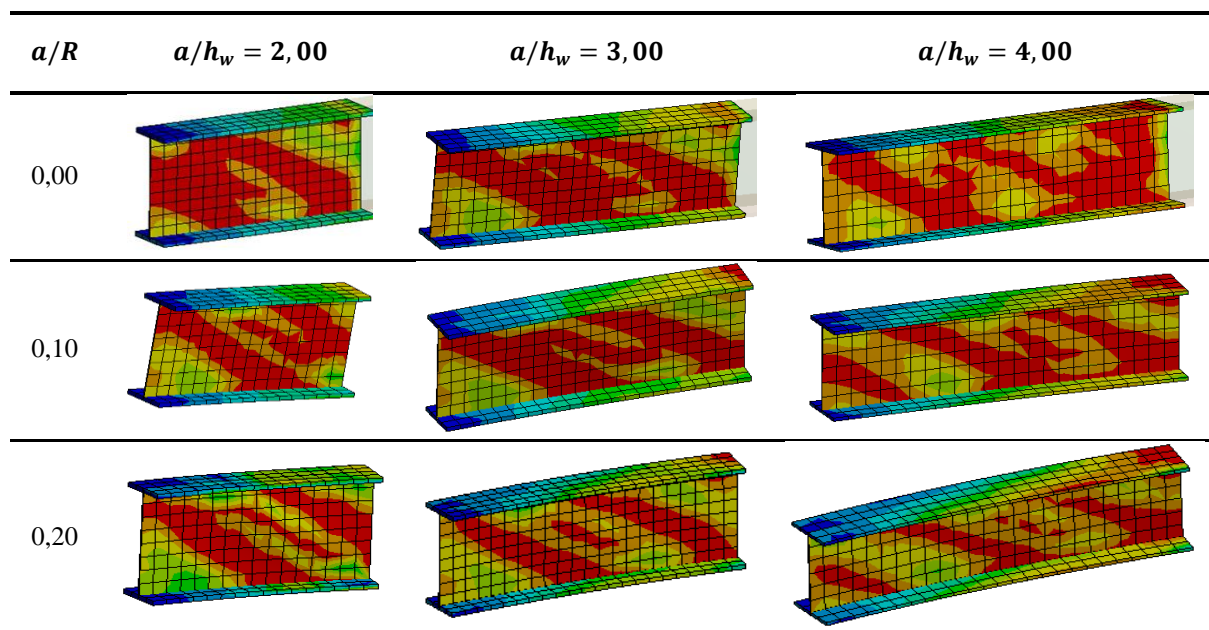
La información más importante acerca de la respuesta estructural de las vigas curvas es:

- Se observó como era de esperar las resistencias al pandeo elástico son mayores que la capacidad última de la viga. En los tres casos de  $a/h_w$  la capacidad última a esfuerzos cortante va disminuyendo a medida que se incrementa la curvatura horizontal. La reducción máxima con respecto a la viga recta no fue mayor de 5 %. De forma opuesta la resistencia al pandeo elástico va aumentando a medida que se incrementa la curvatura no mayor del 16 %.
- El comportamiento estructural de las vigas, sin importar la relación de aspecto y el radio de curvatura, fueron no lineales solo ligeramente justo antes de llegar a la capacidad última de esfuerzo cortante. Se podría decir que el comportamiento estructural es elástico lineal por lo menos hasta un 95 % de la capacidad última resistente.
- En la capacidad última a esfuerzo cortante de las vigas, los desplazamientos radiales del alma tuvieron un patrón de comportamiento similar sin importar la relación aspecto y  $a/R$ , siendo los desplazamientos mayores de 14,50 ( $1,20t_w$ ) y el menor de 10 mm ( $0,80t_w$ ). Sin embargo al 95 % de la capacidad máxima a cortante, los desplazamientos radiales máximos fueron significativamente más pequeños variando de 6,64 mm ( $0,55t_w$ ) a 7,69 mm ( $0,64t_w$ ). Es decir, a partir de este punto hasta la carga ultima, el desplazamiento radial corresponde aproximadamente el 50 %.
- En la capacidad última a esfuerzos cortante, los desplazamientos verticales asumieron comportamientos equivalentes para cada relación de aspecto y  $a/R$ . Para las vigas curvas con relación de aspecto de dos, los desplazamientos se enmarcaron entre 8,00 mm ( $0,66t_w$ ) y 9,50 mm ( $0,80t_w$ ). Las otras relaciones de aspecto mantuvieron la misma proporcionalidad para cada  $a/R$  donde se hallaba entre 17,00 mm ( $1,40t_w$ ) para  $a/h_w = 3$  y 30 mm ( $2,50t_w$ ) con  $a/h_w = 4$ .
- Las reducciones máximas en las resistencias últimas a esfuerzos cortantes en todas las pruebas fue de aproximadamente 20 % al final del post carga última. Es decir, las vigas eran capaces de mantener su resistencia a esfuerzos cortantes a niveles cercanos a los esfuerzos máximos para deformaciones significativas proporcionando así alguna seguridad adicional contra un fallo abrupto.
- Las pérdidas de resistencia por pandeo, respecto al aumento de los desplazamientos radiales, era pequeña dentro del intervalo de la respuesta de colapso. La mayor reducción en la resistencia a cortante en todos los modelos fue de aproximadamente 20 % de la capacidad última. Es interesante que aunque las vigas con relaciones de aspecto igual a cuatro inician con una carga máxima ligeramente menor en comparación con relación de aspecto de dos, la resistencia al final de post carga última se encontraban prácticamente igualadas.

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

En según lugar la Tabla 4.4 muestra las tensiones von Mises (gráficamente) cuando alcanzan las capacidades máximas frente a esfuerzos por cortante. Las áreas rojas indican los niveles de estrés máximos igual a  $f_y = 355, MPa$ . Para evitar ser repetitivo y por tener gran similitud de comportamiento, se presenta para cada relación de aspecto tres relaciones de  $a/R$ , tomando 0,00; 0,10 y 0,20.

*Tabla 4.4: Isométrico de tensiones von Mises en estado de esfuerzo ultimo a cortante.*



Estas imágenes ilustran el comportamiento de las tensiones en las vigas curvas, notando que la distorsión en la distribución de tensiones de forma general era similar, notando un incremento de tensiones en las alas a medida que se impone curvatura en las vigas. En cada una de estas imágenes se puede observar que las tensiones máximas comenzaban en el alma a lo largo de una franja diagonal (campo girado de tensiones), extendiéndose desde la esquina inferior derecha hasta la esquina superior izquierda, tratando de formar el mecanismo de colapso, anteriormente explicado.

La variación normalizada de las tensiones máximas equivalentes von Mises del alma y de las alas superior e inferior, en función del porcentaje de esfuerzo cortante aplicado para cada radio de curvatura, se presentan gráficamente en las Figuras 4.10 a 4.12. Es preciso mencionar que el programa de cálculo utilizado (Ansys) proporciona para cada incremento de carga la tensión máxima equivalente en el panel en estudio.

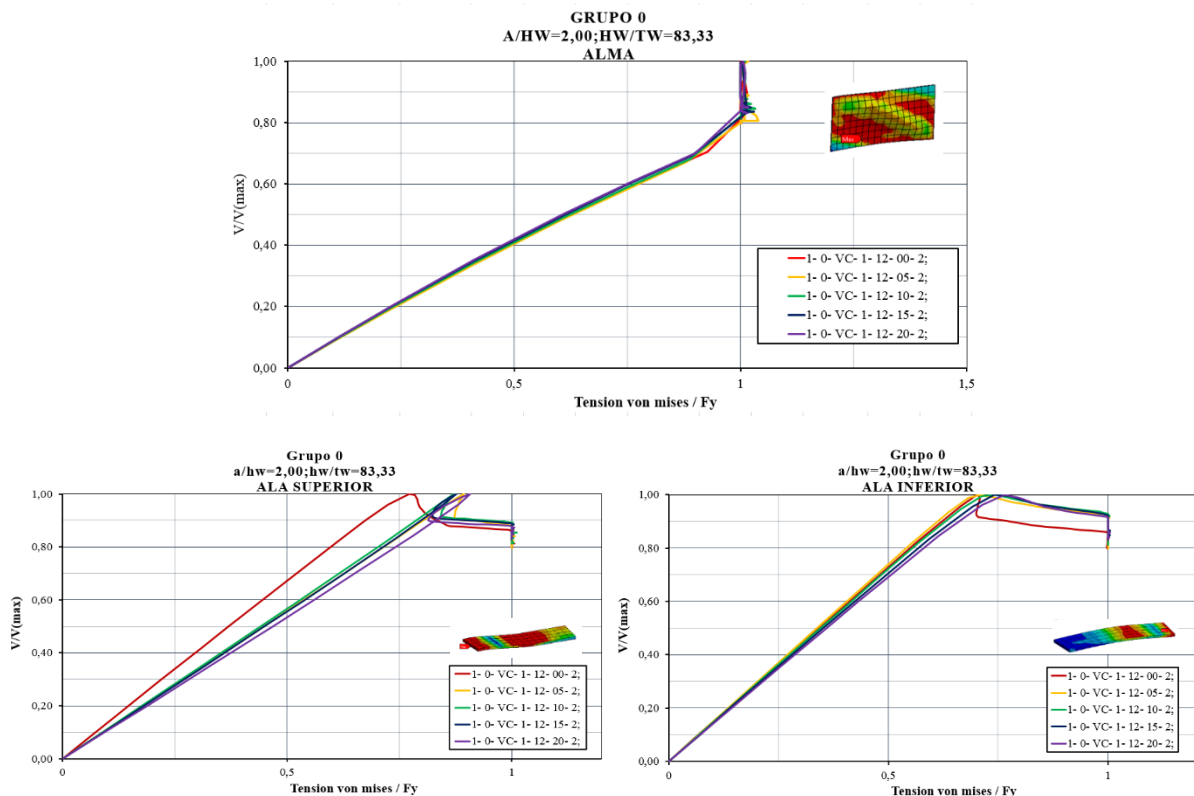
Las figuras ayudan a ilustrar la progresión de la ductilidad de las vigas, haciendo hincapié en el panel del alma que fue cediendo antes de alcanzar la capacidad ultima de resistencia a cortante, aproximadamente entre a  $V/V_{max} = 0,80$  y  $V/V_{max} = 0,80$  para todas las relaciones  $a/R$  y  $a/h_w$ . La fuerza máxima se alcanzó en el alma debido a una combinación de efectos. En el proceso post-crítico las deformaciones máximas principales fueron similares en todas las vigas.

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

En las alas con  $a/h_w = 2$ , se pudo observar que el ala superior no supero la zona elástica para alcanzar la carga última a cortante, llegando a estar aproximadamente en  $0,90F_y$  y  $0,70F_y$  el ala inferior. Percibiendo un incremento sustancial de tensiones en la zona post carga última en las alas, conllevando con ello gran ductilidad en las vigas.

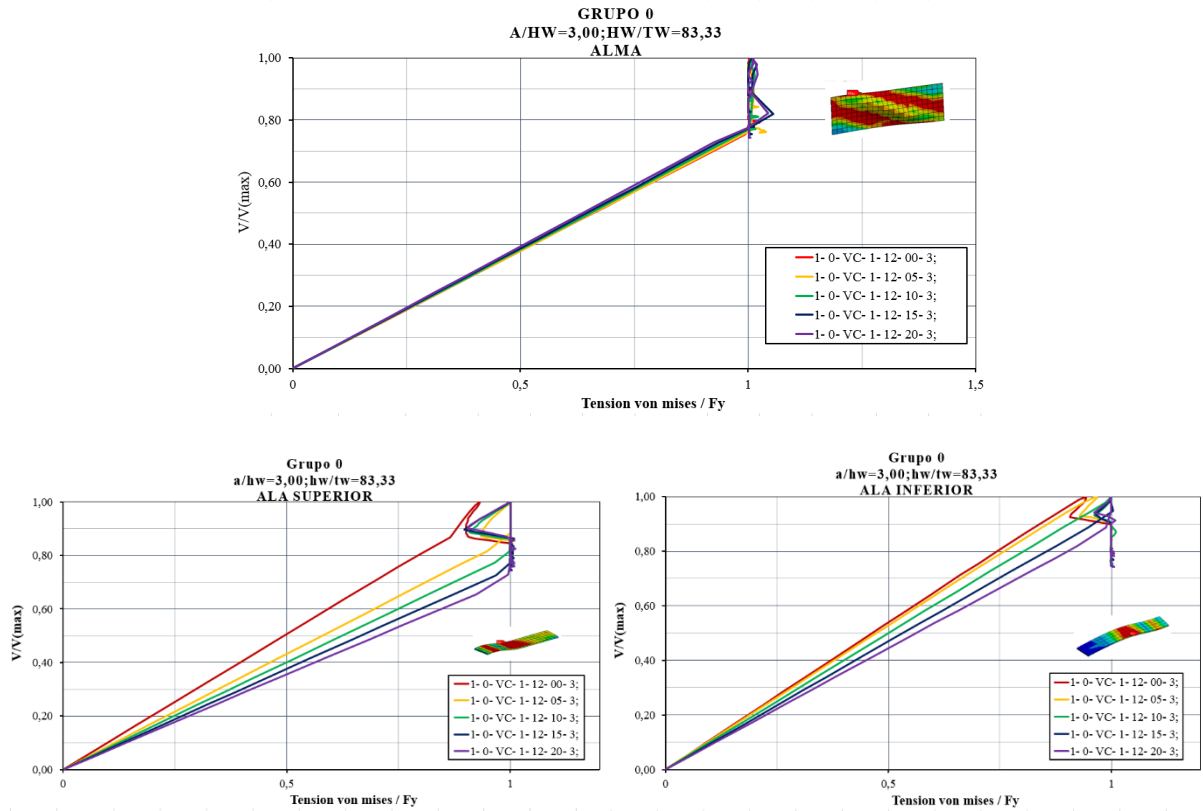
Las Figuras 4.11-4.12 con relación  $a/h_w = 3$  y 4, cuando las vigas poseen algunas curvaturas, las alas superiores e inferiores obtienen mayor importancia en el aporte para alcanzar la resistencia última de las vigas. Se observó que el ala superior con relación de aspecto igual a tres, cuando posee una relación  $a/R = 0,05$ , llega a tener tensión de plastificación con  $V/V_{max} = 0,85$  y  $V/V_{max} = 0,70$  con relaciones de  $a/R = 0,20$ . El ala inferior solo llega en zonas de plastificación antes de la carga última con relaciones mayores  $a/R = 0,10$  con  $V/V_{max} = 0,98$ .

De forma similar sucede en las vigas con relación de aspecto igual a cuatro alcanzando zonas de tensiones máximos en el ala superior entre  $V/V_{ma} = 0,80$  con relacion  $a/R = 0,05$  y  $V/V_{max} = 0,70$  con relaciones de  $a/R = 0,20$ , el ala inferior siempre llega al límite de fluencia entre  $0,85 V/V_{max}$  con relaciones de  $a/R = 0,5$  y  $V/V_{max} = 0,79$  con relación  $a/R = 0,20$ .

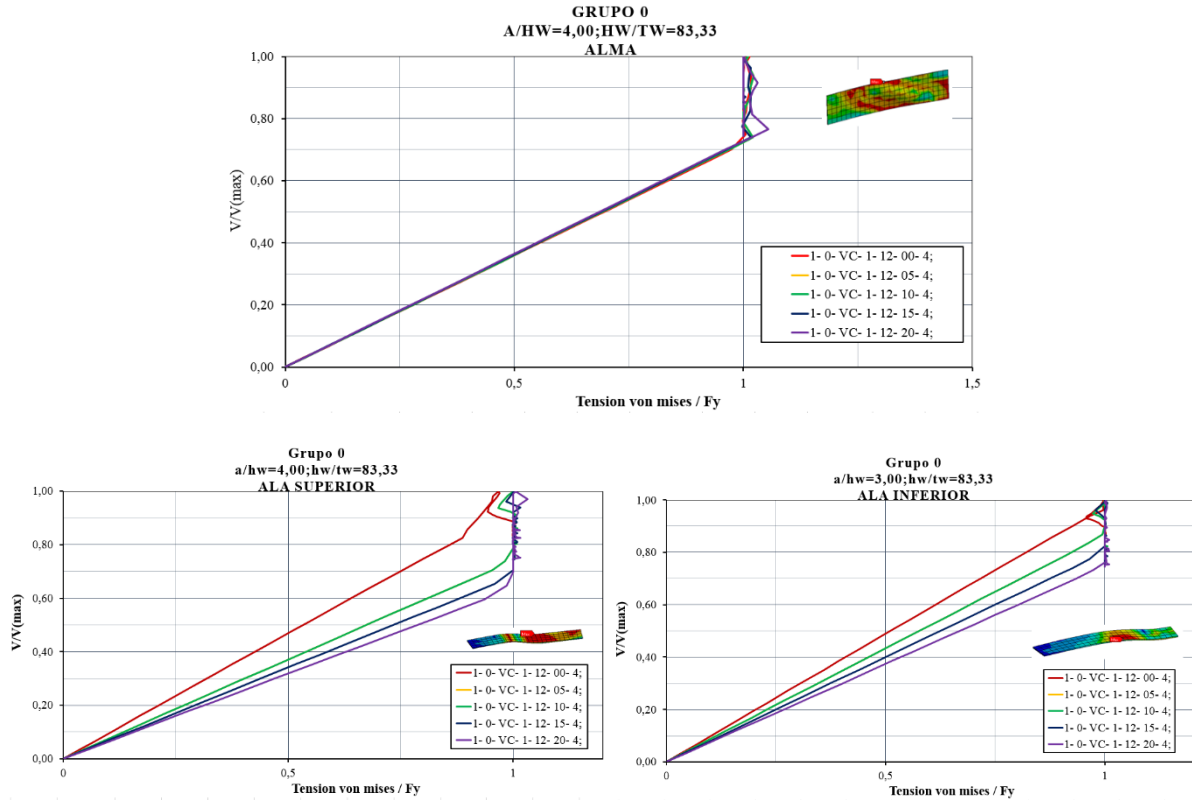


**Figura 4.10:** Normalizado von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando  $a/R$ . (a) Alma, (b) y(c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 2$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO



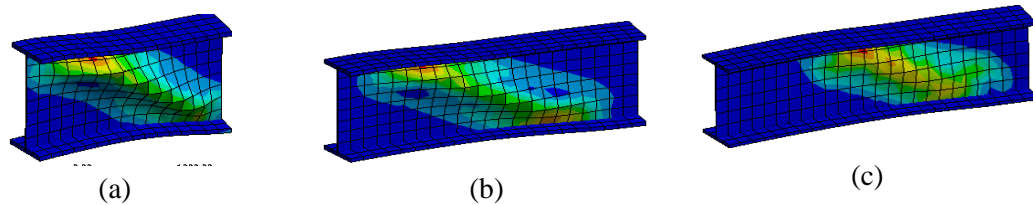
**Figura 4.11:** Normalizado von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando  $a/R$ . (a) Alma, (b) y (c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 3$ .



**Figura. 4.12:** Normalizado von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando  $a/R$ . (a) Alma, (b) y (c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 4$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

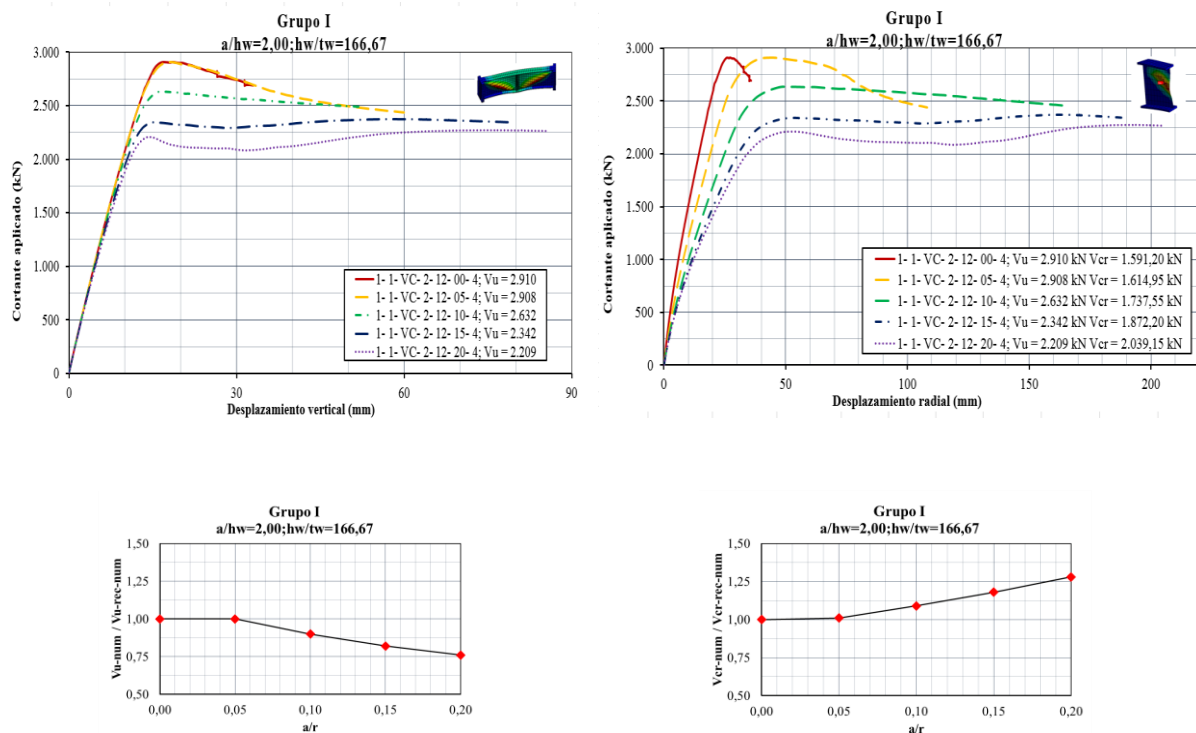
Incluso si el panel de alma ha cedido considerablemente en ciertas zonas después de alcanzar  $V_u$ , no hay evidencias de deformaciones plásticas en las alas (más allá del incremento correspondiente de la carga de rotura). Figura 4.12 muestra las máximas deformaciones plásticas de un punto de vista isométrico. Elementos de color azul indican las zonas elásticas, mientras que cualquier color diferente del azul son elementos que han sido sometidos a un comportamiento plástico. Se presentan en la figura las vigas con mayor relación de  $a/R = 0,20$ , la (a) corresponde relación de aspecto igual a dos, (b) relación de tres y (c), relación de cuatro.



**Figura 4.13:** Principales deformaciones máximas principales después de  $V_u$ , todos espécimen con relación de  $a/R = 0,20$ , (a)  $a/h_w = 2$ , (b)  $a/h_w = 3$  y (c)  $a/h_w = 4$ .

#### 4.2.2. Vigas curvas de almas esbeltas ( $h_w/t_w = 166,67$ )

Las muestras del grupo I se analizaron siguiendo el patrón anterior (ver Tabla 4.3). En primer lugar, en las Figuras 4.14 hasta Figura 4.16, se presenta las relaciones entre el esfuerzo cortante aplicado con los máximos desplazamientos radiales y verticales de los paneles del alma.



**Figura 4.14:** Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

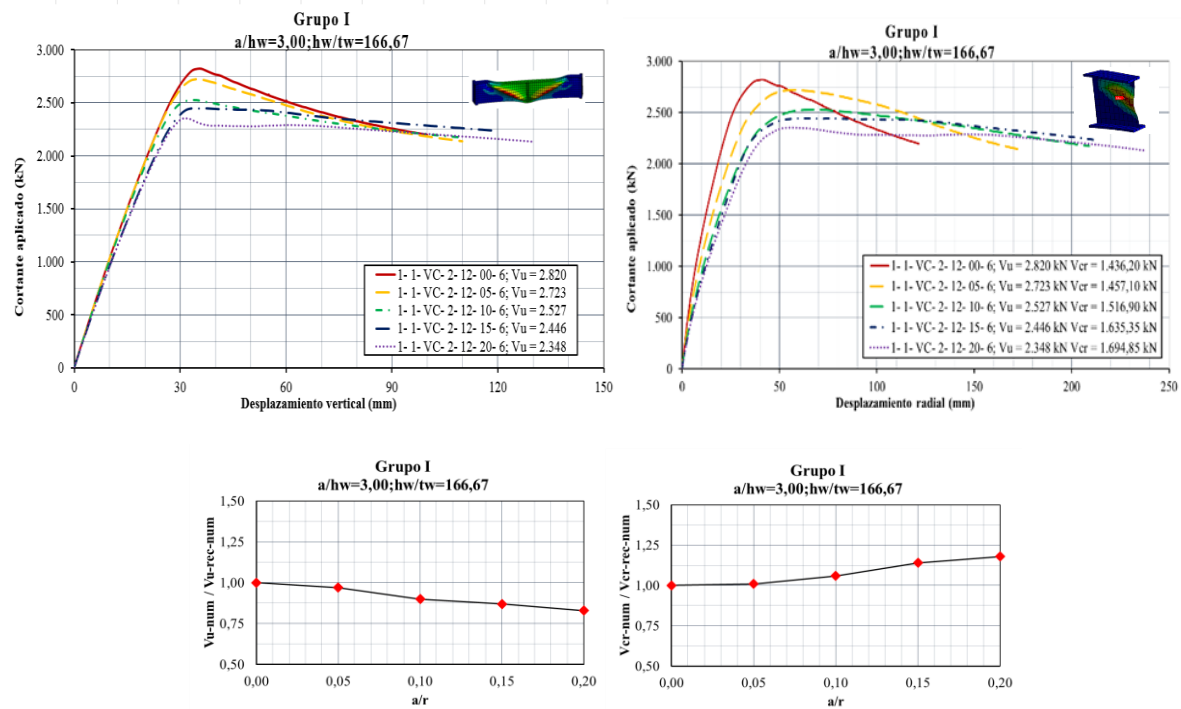


Figura 4.15: Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

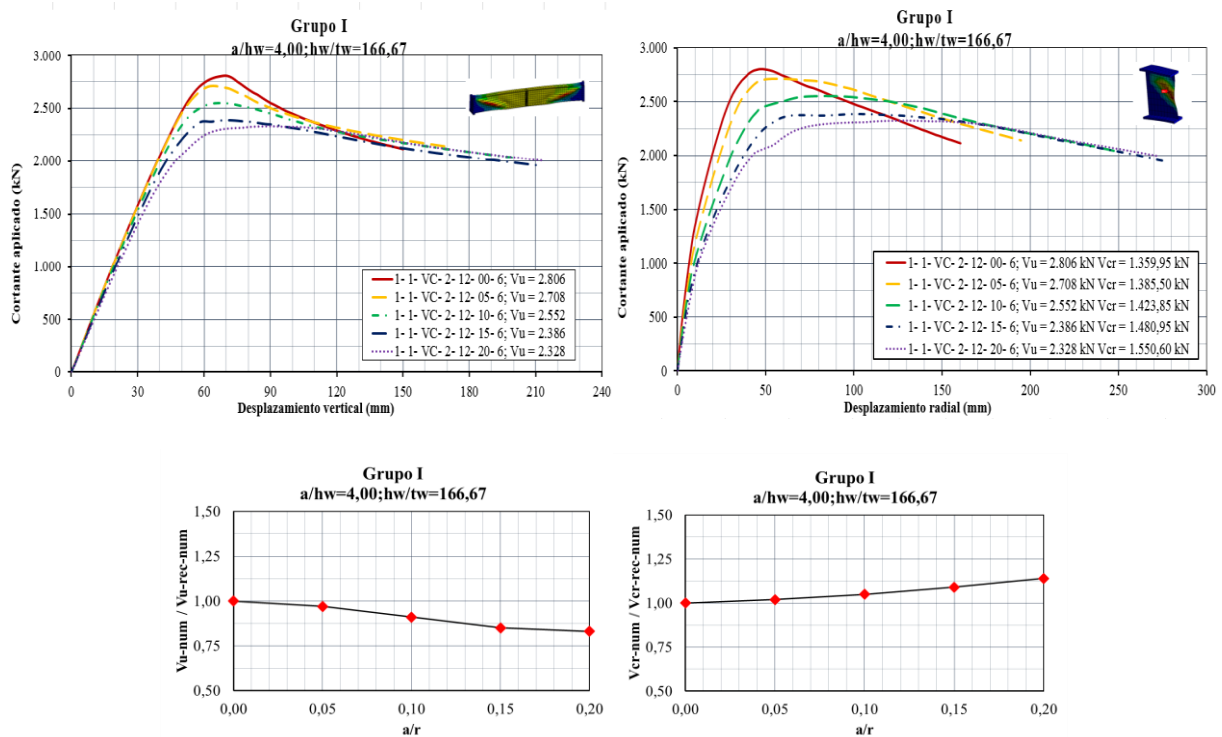


Figura 4.16: Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

---

La información más importante acerca de la respuesta estructural de las vigas curvas esbeltas es:

- Las respuestas obtenidas en las vigas con ( $a/h_w = 2$ ) eran más rígidas que las respuestas obtenidas en las vigas con relaciones ( $a/h_w = 3$  y  $4$ ). Las vigas no seguían el mismo patrón de respuesta que las vigas poco esbeltas como se puede apreciar en las Figuras 4.6 a 4.8. Estas vigas alcanzaron las cargas críticas donde se somete a un comportamiento post-crítico, incrementándose hasta alcanzar el esfuerzo cortante último ( $V_u$ ). Aunque la bifurcación de equilibrio es un fenómeno distintivo en cada curvatura, estos paneles esbeltos son capaces de sostener esfuerzo cortante más allá del punto de pandeo elástico.
- Se aprecia que las cargas críticas y últimas, así como el comportamiento de los paneles curvos con  $a/R = 0,5$ , no mostraron diferencias significativas en comparación con las vigas rectas siendo menores al 3 %. Todas las vigas al sobrepasar la relaciones  $a/R=0,10$  comenzaron a tener comportamientos fluctuantes en los desplazamientos verticales y radiales.
- En los tres casos de  $a/h_w$  la capacidad última a esfuerzo cortante va disminuyendo a medida que se incrementan las curvaturas, a igual proporcionalidad en comparación con las vigas rectas correspondientes. Llegando a disminuciones máximas del 3 % con relaciones de  $a/R = 0,05$ , 9 % para  $a/R = 0,10$ , 15 % con  $a/R = 0,15$  y 25 % con relaciones  $a/R = 0,20$ . De forma contraria las resistencias al pandeo elástico van aumentando, a medida que se incrementan las curvaturas no sobrepasando el 28 % de la viga recta, percibiendo que para  $a/R = 0,20$  y  $a/h_w = 2$  la carga última y la carga crítica se encuentran muy igualadas.
- Los comportamientos estructurales de las vigas con relaciones de aspecto de dos y tres fueron similares, alcanzando entre 65 % y 70 % las cargas últimas a cortante de manera lineales. En las vigas con relaciones de aspecto de cuatro, tuvieron un comportamiento estructural elástico lineal hasta aproximadamente un 78 % de la carga última.
- Se logró apreciar en los desplazamientos verticales, cuando alcanzaron la carga última a esfuerzo cortante, las vigas con relaciones de aspecto de dos y tres siguieron un patrón de comportamiento a medida que se les fue disminuyendo los radios de curvaturas. El desplazamiento se contraía hasta un 25 % respecto al desplazamiento vertical de las vigas rectas. De forma opuesta sucedió con las vigas de mayor relación de aspecto, a medida que se incrementaban las curvaturas los desplazamientos se agrandaban hasta un 28 % respecto a la viga recta, solo cumpliendo el patrón de comportamiento de las vigas con relaciones de aspecto de dos y tres, cuando la viga poseía un radio de curvatura horizontal menor  $a/R = 0,05$ .
- Las vigas curvas con relación de aspecto de dos y tres alcanzaron la resistencia última a cortante aproximadamente con la misma deflexión radial para cada relación de  $a/R$ . Para las vigas con rigidizadores colocados a más corta distancia las deflexiones mayores fueron de 48,5 mm ( $4t_w$ ) y 47mm ( $3,9 t_w$ ), en cuanto a las vigas de  $a/h_w = 3$  sus deflexiones radiales máximas fueron 69 mm ( $5,8t_w$ ) y 58,5 mm ( $4,9t_w$ ). Las vigas con separaciones entre rigidizadores trasversales

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

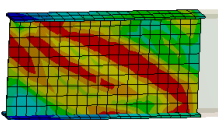
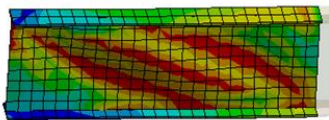
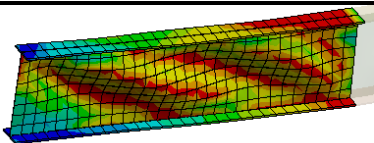
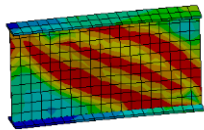
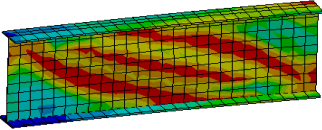
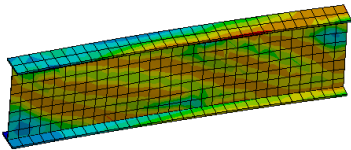
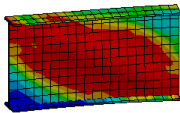
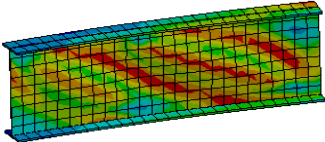
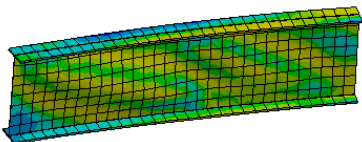
mayores a  $a/h_w = 3$ , al someterlas a una curvaturas mayor a  $a/R=0,05$ , los desplazamientos radiales aumentan sustancialmente aproximadamente 88 mm ( $7,3t_w$ ).

- Las vigas eran capaces de mantener su resistencia al cizallamiento en niveles cercanos a la fuerza máxima alrededor de 80 % para deformaciones significativas más allá del nivel pico de carga, proporcionando así por alguna seguridad adicional contra un fallo catastrófico. Es atrayente ver como para cada relación de aspecto, la carga final de colapso después de sobrepasar la carga última se encuentran aproximadamente equiparadas. Es decir que las vigas con alguna relación de aspecto fijo, sin importar que disminuya la carga última por la curvatura, las cargas finales post carga última se encuentran igualadas.

En según lugar, la Tabla 4.5 muestra las tensiones von Mises gráficamente de los segmentos de viga de los modelos numéricos cuando alcanzan la capacidad máxima frente a inestabilidad por esfuerzos cortante. Al igual que el anterior, apartado las áreas rojas indican los niveles de estrés máximo igual a  $F_y = 355 \text{ MPa}$ . Para evitar ser repetitivo, se presenta para cada relación de aspecto tres relaciones de  $a/R$ , tomando 0,00; 0,10 y 0,20.

Estas imágenes ilustran el hecho de que las distorsiones generales de las vigas eran relativamente pequeñas en la máxima resistencia al cortante cuando la relación de aspecto era dos y tres. En cada una de estas figuras se puede observar cuando las vigas superaban las relaciones  $a/R=0,10$ , las tensiones maximas a cortante comenzaban a ser diferentes. Las vigas que tienen relación de  $a/h_w = 4$ , cuando llegan a su capacidad máxima apenas inicia aparecer el campo de tensiones de cortante, denotándose de forma más marcada el efecto de interacción esfuerzo por flexión.

*Tabla 4.5: Isométrico de tensiones von Mises en estado de carga a cortante último.*

$a/R$	$a/h_w = 2,00$	$a/h_w = 3,00$	$a/h_w = 4,00$
0,00			
0,10			
0,20			

La variación normalizada de las tensiones máximos equivalentes von Mises del alma y de las alas superior e inferior, en función del porcentaje de esfuerzo cortante aplicado para cada radio de curvatura,

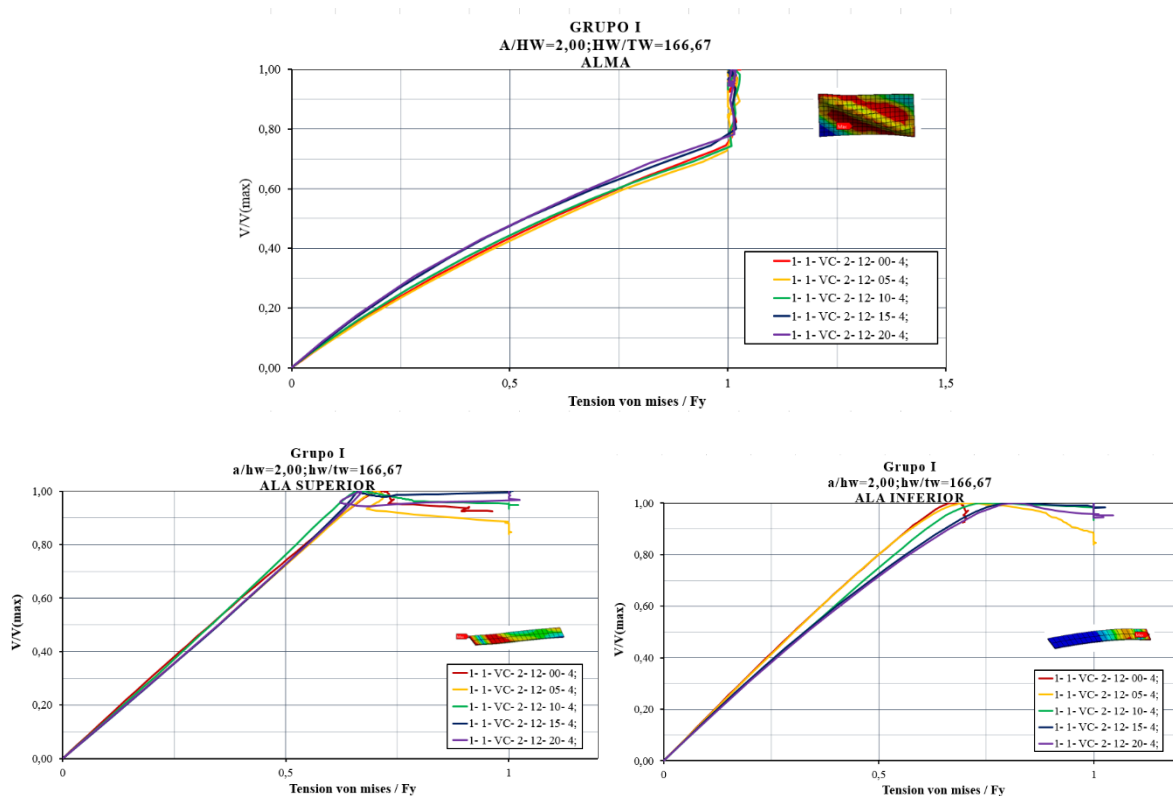


#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

se presentan gráficamente en las Figuras 4.17 a 4.19. Es preciso mencionar que el programa de cálculo utilizado (Ansys) proporciona para cada incremento de carga la tensión máxima equivalente en el panel en estudio.

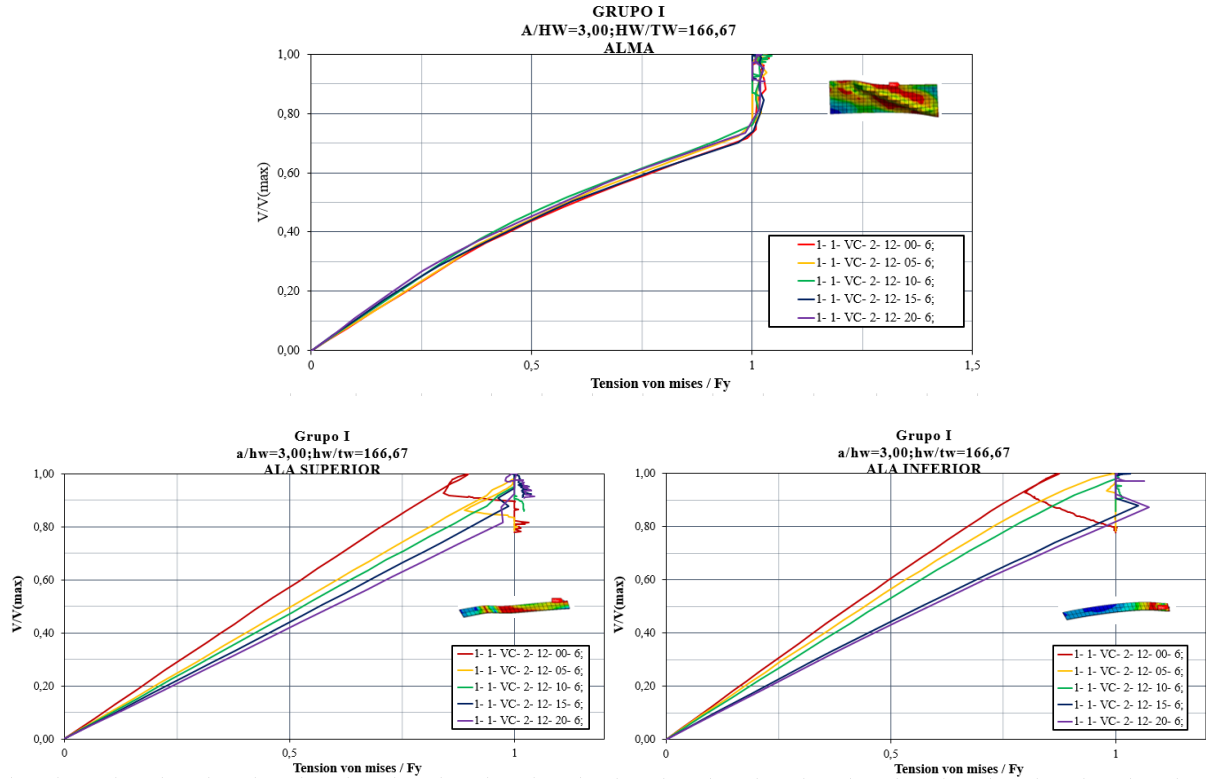
Las gráficas ayudaran a ilustrar la progresión de la ductilidad de las vigas, haciendo hincapié que el panel del alma fue cediendo antes de alcanzar la capacidad última de resistencia a esfuerzos cortante. El post-crítico de deformaciones máximas principales fue similar en todas las vigas, a pesar de tener relaciones de aspecto mayores y radios de curvaturas menores. Hubo pocos cambios en las pendientes con diferentes curvaturas. El comportamiento general asociado con la capacidad máxima de inestabilidad por cortante del alma de la viga fue similar en todas las vigas sin importar las relaciones de aspecto y el radio de curvatura.

Se logró percibir al igual que las vigas poco esbeltas, que las alas poseen mayores relevancias de tensiones con el mismo estado de carga a medida que se incrementan las curvaturas, dado por la suma de esfuerzos adicionales como la torsión. Por otra parte se observó pocos cambios en las tensiones menores al 10 % de las alas respecto a las vigas rectas cuando la relaciones de aspecto se encontraban menores a tres y curvaturas menores a  $a/R = 0,10$ . Las tensiones de las vigas con  $a/h_w = 3$  y curvaturas mayores de  $a/R = 0,10$  presentaban un cambio abrupto de tensiones en las alas respecto a las vigas rectas con un mismo estado de carga con un crecimiento de aproximadamente de un 20 %. Las tensiones en las alas de las vigas con  $a/h_w = 4$  con un mismo estado de carga se incrementaban abruptamente con alguna curvatura hasta llegar a más del 30 % en comparación con la viga recta.

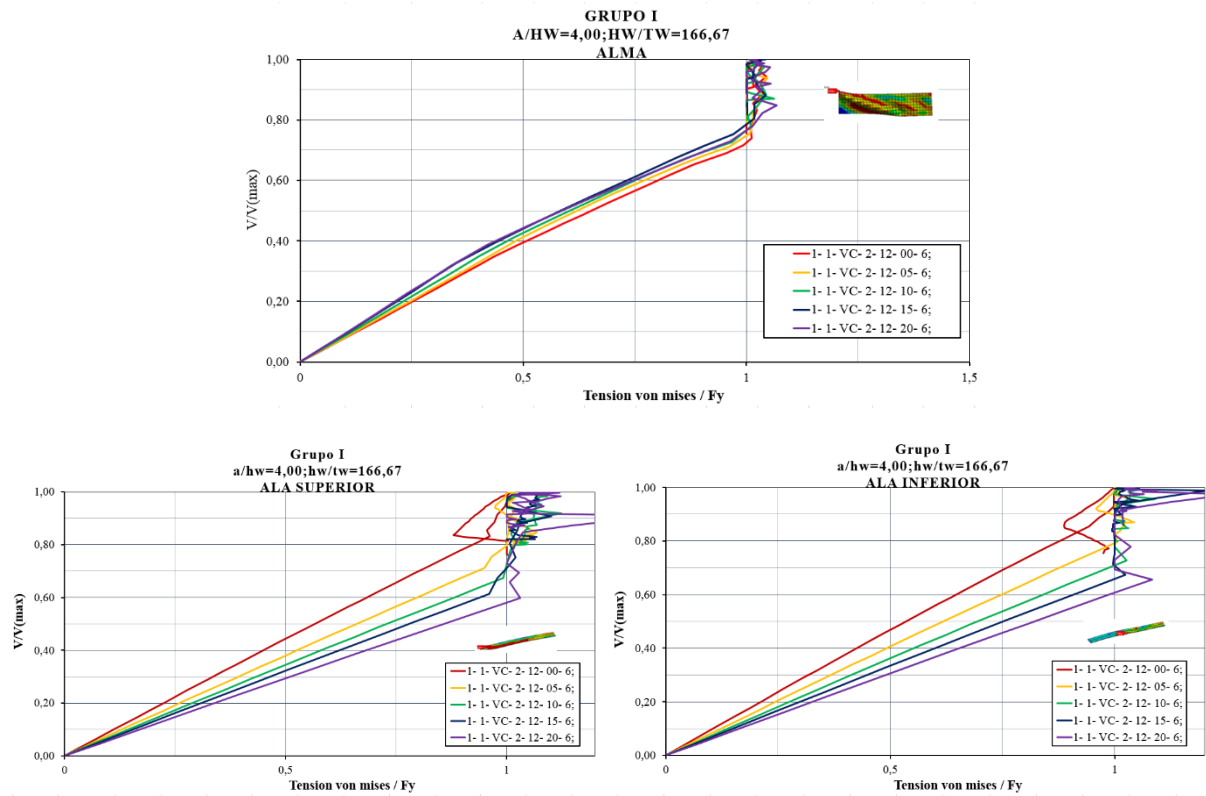


**Figura 4.17:** Normalizado von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando  $a/R$ . (a) Alma, (b) y(c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 2$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO



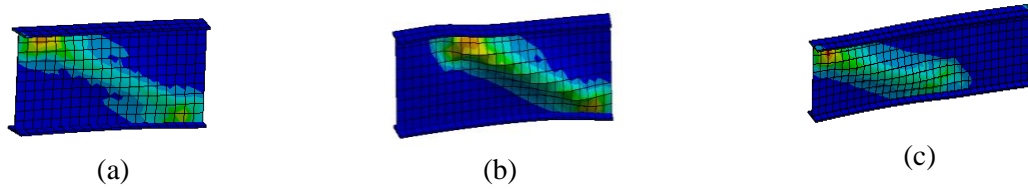
**Figura 4.18:** Normalizado von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando  $a/R$ . (a) Alma, (b) y(c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 3$ .



**Figura 4.19:** Normalizado von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando  $a/R$ . (a) Alma, (b) y(c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 4$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

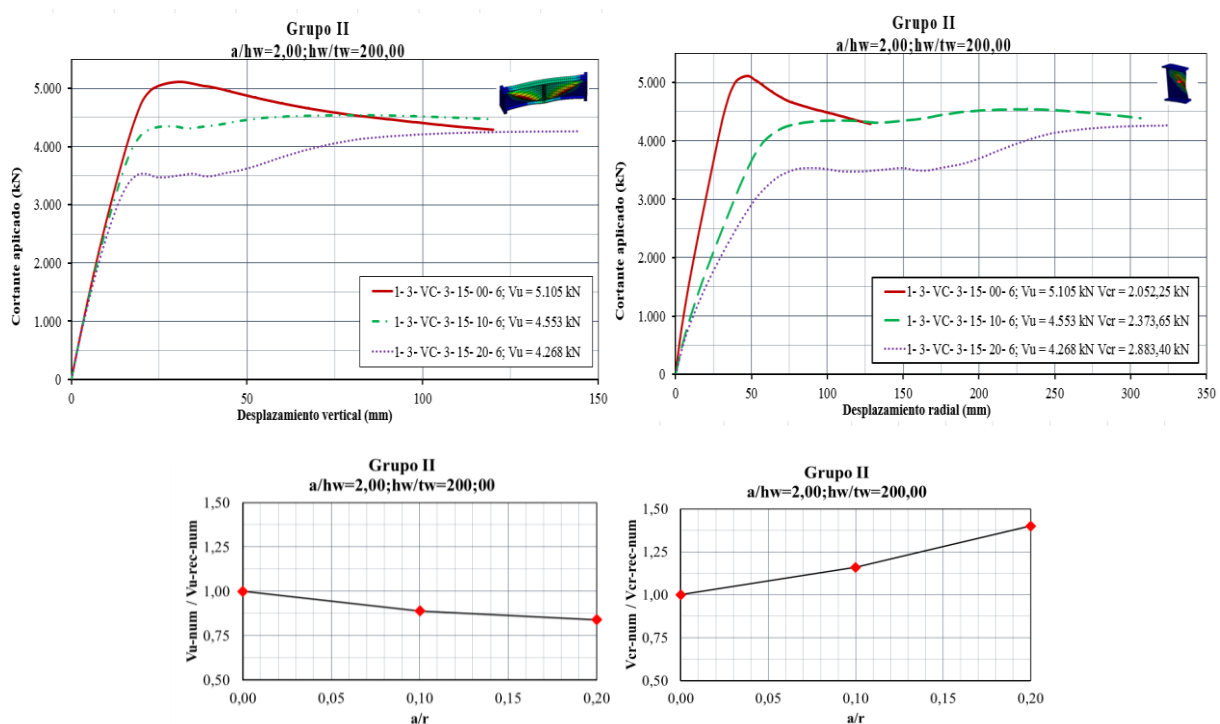
Figura 4.12 muestra las deformaciones plásticas de un punto de vista isométrico. Elementos de color azul indican las zonas elásticas, mientras que cualquier color diferente del azul ha sido sometido a un comportamiento de deformaciones plásticas. Se presentan en la figura las vigas con mayor relación de  $a/R = 0,20$ , la (a) corresponde relación de aspecto igual ados, (b) relación de tres y (c), relación de cuatro.



**Figura 4.20:** Principales deformaciones máximas principales después de  $V_u$ , todos espécimen con relación de  $a/R = 0,20$ , (a)  $a/h_w = 2$ , (b)  $a/h_w = 3$  y (c)  $a/h_w = 4$ .

#### 4.2.3. Vigas curvas de almas muy esbeltas ( $h_w/t_w = 200,00$ )

Finalmente se presentan las respuestas estructurales de las vigas con almas muy esbeltas. Ya que se ha comprobado una clara tendencia de comportamiento, se presentaran solo nueve vigas correspondientes al grupo tres. Estas nueve vigas se dividieron siguiendo los esquemas anteriormente usados, usando solo tres vigas para cada relación de aspecto con dos curvaturas que marcaran las tendencias y sus vigas rectas correspondientes para hacer comparaciones. Los dos radios de curvatura utilizados para cada relación de aspecto son  $a/R=0,10$  y  $a/R=0,20$ . En primer lugar se presentan las Figuras 4.21 hasta Figura 4.23 con las gráficas de esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial de las vigas para cada relación de aspecto.



**Figura 4.21:** Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

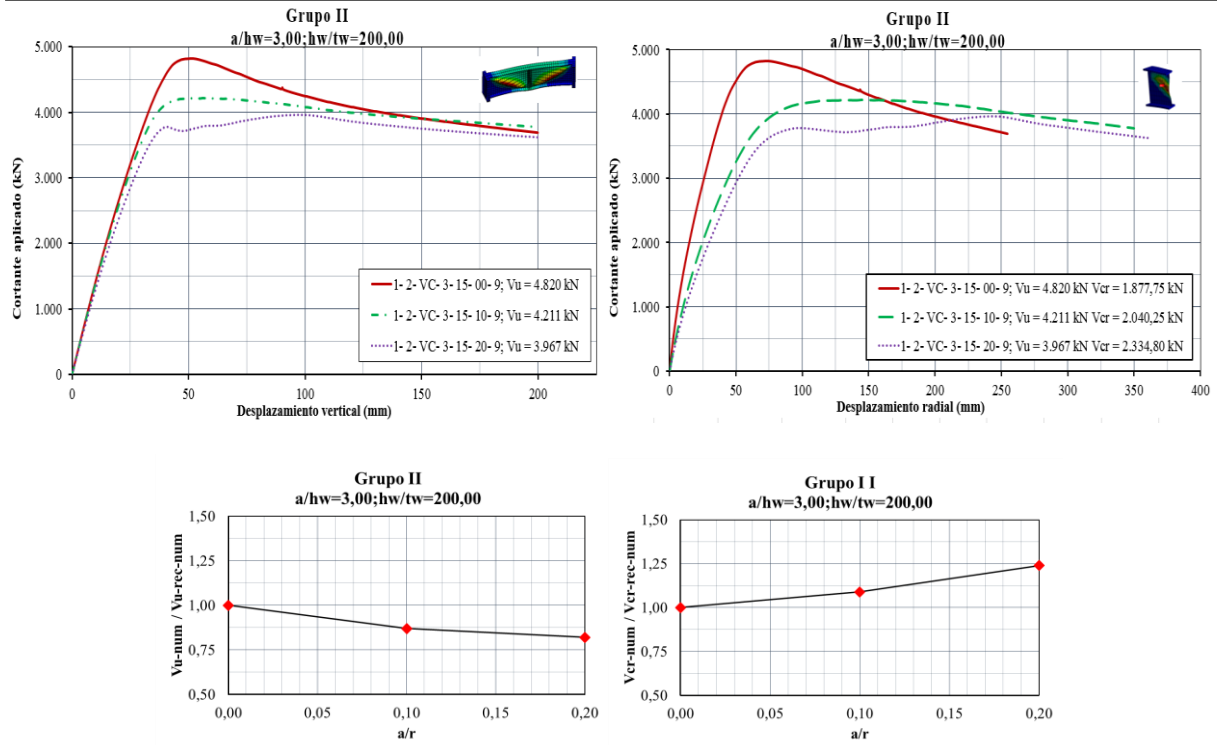


Figura 4.22: Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

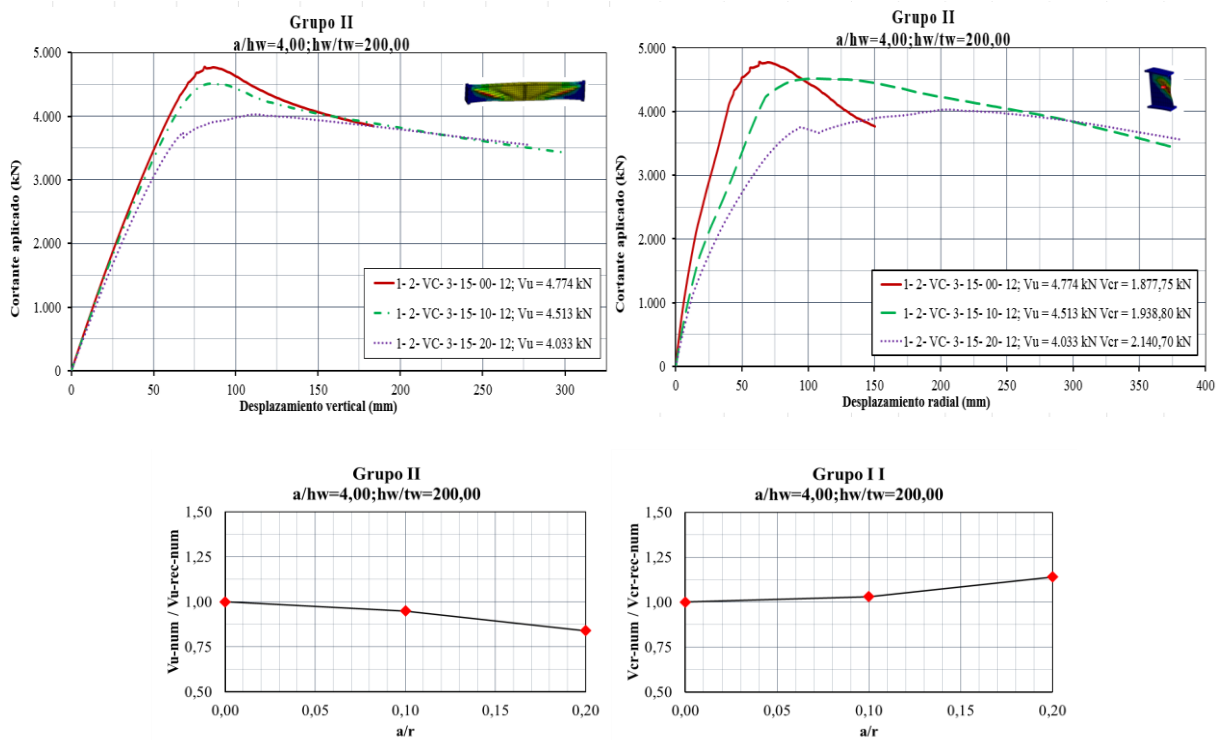


Figura 4.23: Esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical y radial, modificando  $a/R$ .

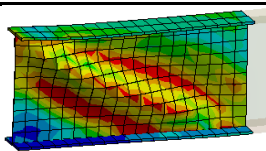
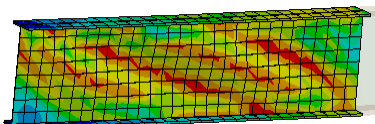
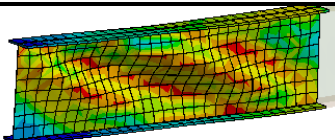
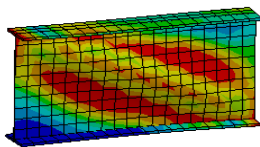
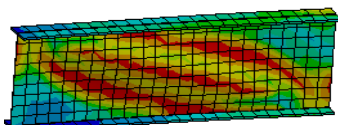
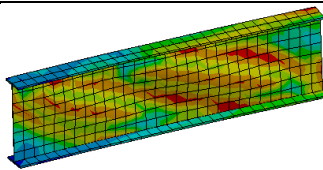
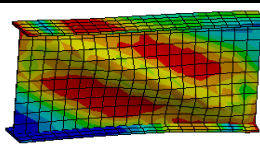
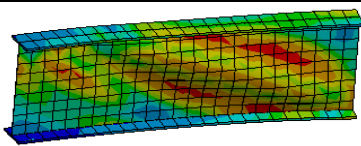
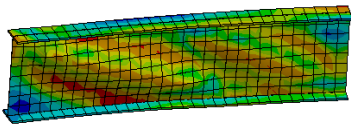
#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

La información más importante acerca de la respuesta estructural de las vigas curvas muy esbeltas es:

- El comportamiento estructural de las vigas sin importar la relación de aspecto y el radio de curvatura fueron inelásticos a tempranas etapas de carga menores al 40 % de la carga última.
- Se apreció que las cargas últimas descendían con mayor porcentaje que las vigas de menor esbeltez. Todas las vigas, al sobrepasar la relación  $a/R=0,10$ , comenzaron a tener comportamientos fluctuantes en los desplazamientos verticales y radiales por tener mayor relevancia el aporte de las alas a la resistencia ultima.
- En los tres casos las capacidades últimas van disminuyendo a medida que se incrementan las curvaturas. Las reducciones fueron similares en las tres relaciones de aspecto, en contraste con las vigas rectas correspondientes, llegando a disminuciones máximas del 13 % con relaciones de  $a/R = 10$  y 20 % con relaciones  $a/R = 0,20$ . De forma contraria las resistencias al pandeo elástico van aumentando, a medida que se incrementan las curvaturas.
- Se logró apreciar cambios abruptos en los desplazamientos verticales y radiales de las vigas cuando superaron a  $a/R = 0,10$  en el estado de carga ultima a esfuerzo cortante, logrando alcanzar grandes deformaciones estructurales de las vigas.

En según lugar, en la Tabla 4.6 se muestran las tensiones von Mises gráficamente de las vigas de los modelos numéricos cuando alcanzan la capacidad máxima frente a inestabilidad por esfuerzo cortante en cada uno de los modelos. Al igual que el anterior, apartado las áreas rojas indican los niveles de máxima tensión igual a  $F_y = 355 \text{ MPa}$ . Para evitar ser repetitivo, se presenta para cada relación de aspecto, tres relaciones de  $a/R$ , tomando 0,00; 0,10 y 0,20.

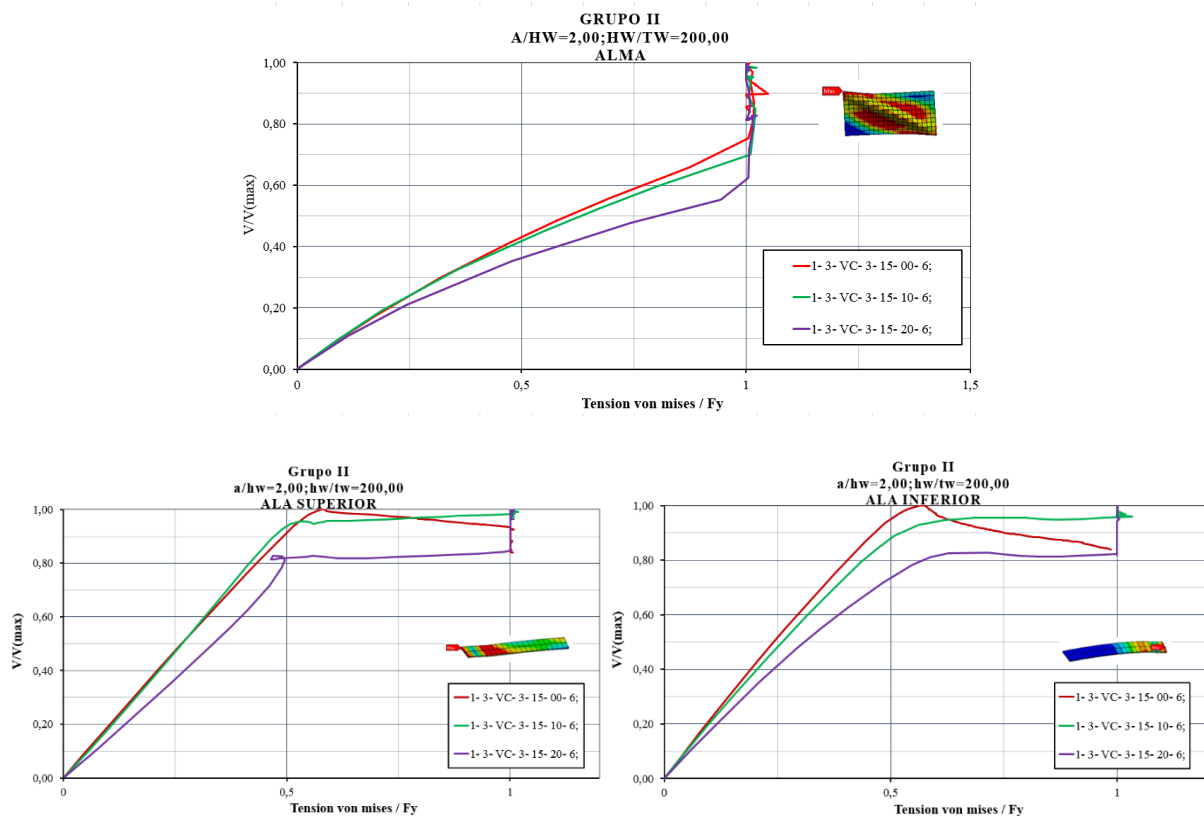
**Tabla 4.6:** Isométrico de tensiones von Mises en estado de carga a cortante último.

$a/R$	$a/h_w = 2,00$	$a/h_w = 3,00$	$a/h_w = 4,00$
0,00			
0,10			
0,20			

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

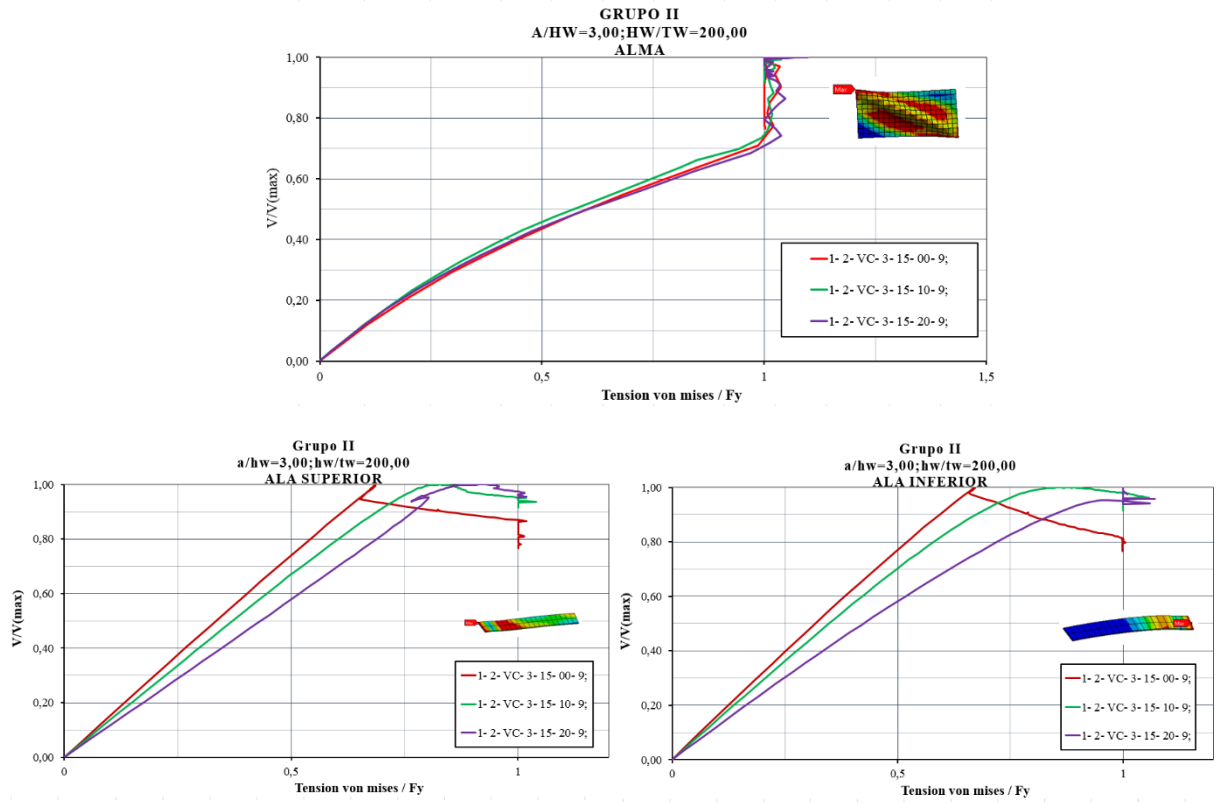
La variación normalizada de las tensiones máximas equivalentes von Mises del alma y de las alas superior e inferior, en función del porcentaje de esfuerzo cortante aplicado para cada radio de curvatura se presentan gráficamente en las Figuras 4.24 a 4.26.

Se logró percibir al igual que las vigas esbeltas, que las alas poseen mayores relevancias de tensiones con el mismo estado de carga a medida que se incrementa la curvatura, dado por la suma de esfuerzos adicionales como la torsión. Las tensiones de las vigas con  $a/h_w = 3$  y curvaturas mayores de  $a/R = 0,10$ , presentaban un cambio abrupto de tensiones en las alas respecto a las vigas rectas con un mismo estado de carga con un incremento de aproximadamente de un 20 %. Las tensiones en las alas de las vigas con  $a/h_w = 4$  con un mismo estado de carga, se incrementaban abruptamente con alguna curvatura hasta llegar a más del 30 % en comparación con la viga recta.

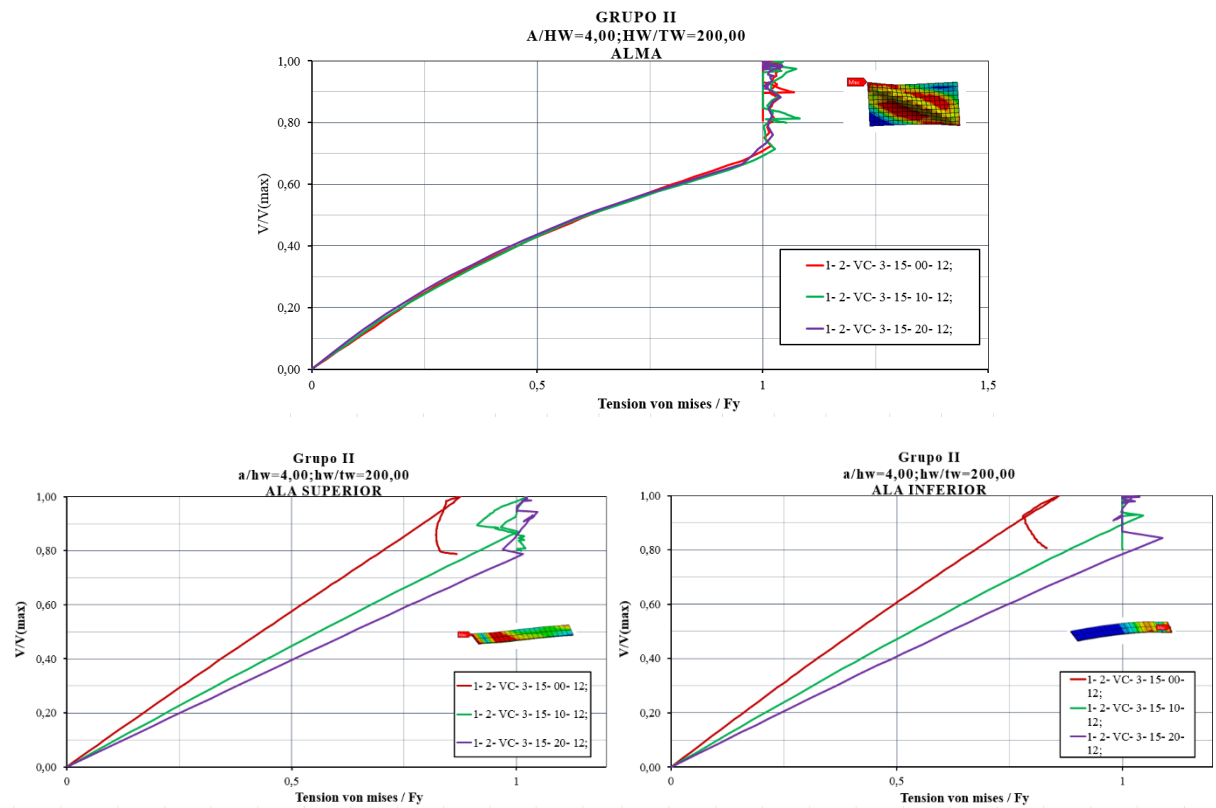


**Figura 4.24:** Normalizado elástica von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando curvaturas. (a) Alma, (b) y (c) Ala superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 2$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO



**Figura 4.25:** Normalizado elástica von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando curvaturas. (a) Alma, (b) y(c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 3$ .



**Figura 4.26:** Normalizado elástica von Mises máximos vs.  $V/V_{max}$ , variando curvaturas. (a) Alma, (b) y(c) Ala-superior e Inferior. Vigas robustas con  $a/h_w = 4$ .

### 4.3. Resultados numéricos vs. EN1993-1-5

La formulación EN1993-1-5 es la base para los diseñadores estructurales utilizada para hacer algún cálculo para la fabricación de vigas armadas. Por ende se considera extremadamente importante comparar los resultados numéricos obtenidos con las predichas teóricamente con la presente reglas de diseño. Vale la pena tener en cuenta que la formulación EN1993-1-5 se basa en dos parámetros principales para el cálculo de la resistencia última a cortante:

- Carga crítica elástica por esfuerzo cortante ( $V_{cr}$ ).
- Resistencia en estado limite último, por inestabilidad de esfuerzo cortante ( $V_{b,Rd}$ ).
  - Resistencia plástica a esfuerzo cortante ( $V_y$ )
  - Resistencia del alma ( $V_{bw,Rd}$ )
    - Contribución del alma ( $\chi_w$ )
    - Esbeltez de alma ( $\lambda_w$ )
  - Resistencia de las alas ( $V_{bf,Rd}$ )
    - Contribución de las alas ( $\chi_f$ ).

#### 4.2.1. Carga crítica elástica por esfuerzos cortantes ( $V_{cr}$ )

La carga crítica elástica por esfuerzos cortante es calculada por la normativa utilizando la tensión crítica elástica del panel, multiplicado por un coeficiente de pandeo por esfuerzos cortantes ( $K_{\sigma,p}$ ). Este coeficiente depende de la relación aspecto del panel y sus condiciones de contorno, asumiéndolos como simplemente apoyadas ( $K_{ss}$ ). Por esta razón se realizó una comparación de la carga crítica elástica obtenida en los modelos numéricos, con los predichos por el EN1993-1-5 y otra carga crítica elástica conseguida con el supuesto que el panel de alma se encuentra empotrado en sus bordes ( $K_{ff}$ ). Estas comparaciones se pueden apreciar en la Tabla 4.6, correspondiente a los especímenes de la familia uno grupo I y II. Es de notar que se encontró mejores predicciones en los resultados utilizando el coeficiente  $K_{ff}$  para cada relación de aspecto.

**Tabla 4.6:** Comparación de Cargas críticas elásticas por esfuerzos cortantes variando coeficientes de pandeo.

Grupo/ $a/h_w$	$V_{cr}$ M. Núm.	$V_{cr}$ EN1993-1-5	$V_{cr}$ $K_{ff}$	$V_{cr, num}$ $/V_{cr, EN1993}$	$V_{cr, num}$ $/V_{cr, K_{ff}}$
	(KN)				
Grupo I- $a/h_w = 2$	952,30	616	1.009	1,55	0,94
Grupo I- $a/h_w = 3$	887,45	562	933	1,58	0,95
Grupo I- $a/h_w = 4$	866,95	543	907	1,60	0,96
Grupo II- $a/h_w = 2$	121,39	77	126	1,58	0,96
Grupo II- $a/h_w = 3$	127,70	70	117	1,82	1,09
Grupo II- $a/h_w = 4$	110,26	68	113	1,62	0,97



#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

Un resumen de los coeficientes de pandeo por esfuerzos cortantes utilizados se puede apreciar en la Tabla 4.7, donde se aprecia que las variaciones numéricas de  $a/h_w = 2$  en comparación con  $a/h_w = 4$  no son tan significativas. Por otra parte el coeficiente  $K_{ff}$  es 1,64 mas grande que el utilizado por la normativa para  $a/h_w = 2$  y 1,67 mayor para  $a/h_w = 4$ . En otras palabras, al tomar el efecto de restricción de rotaciones en los bordes de las alas superior e inferior del panel de alma con  $a/h_w = 2$ , este es superior que las asumidas por la normativa para relaciones de aspecto mayor.

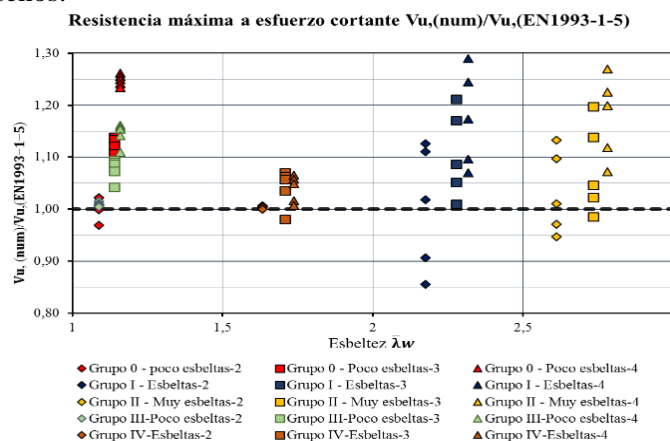
**Tabla 4.7:** Coeficiente de inestabilidad por esfuerzos cortantes.

$a/h_w$	$K_{ss}(EN1993-1-5)$	$K_{ff}$
2	6,34	10,38
3	5,78	9,60
4	5,59	9,33

#### 4.3.2. Resistencia en estado limite último por inestabilidad de esfuerzos cortantes ( $V_{b,Rd}$ )

La resistencia última frente a esfuerzos cortantes, como se discutió anteriormente, en la EN1993-1-5 está basada en los modelos de Höglund (1971) asumiendo la suma de aportes de resistencia del alma y de las alas. Para la aplicación de estas formulaciones se tomara como factor parcial  $\gamma_{M1} = 1,0$ , para que todas las comparaciones de este apartado se encuentren del lado de la seguridad.

En primer lugar la Figura 4.27 compara la resistencia última a esfuerzos cortantes de los modelos numéricos entre el calculado con la formulación indicada en EN1993-1-5 ( $V_{u,num}/V_{u,EN1993-1-5}$ ), vs. la esbeltez adimensional del alma. Es de notar en esta grafica que cada grupo de los modelos numéricos posee un color distintivo, y cada color contiene tres etiquetas que identificaran la relación de aspecto. La primera etiqueta de arriba hacia debajo de cada conjunto corresponderá a las vigas rectas. Unas primeras conclusiones se podría sacar de esta gráfica, apreciado que las vigas rectas llegan alcanzar en algunos casos hasta un 30 % de sobre resistencia, permitiendo con esto tener un margen de disminución de la resistencia última por efectos de radio curvatura horizontal impuestos y seguir estando del lado de la seguridad en los diseños.

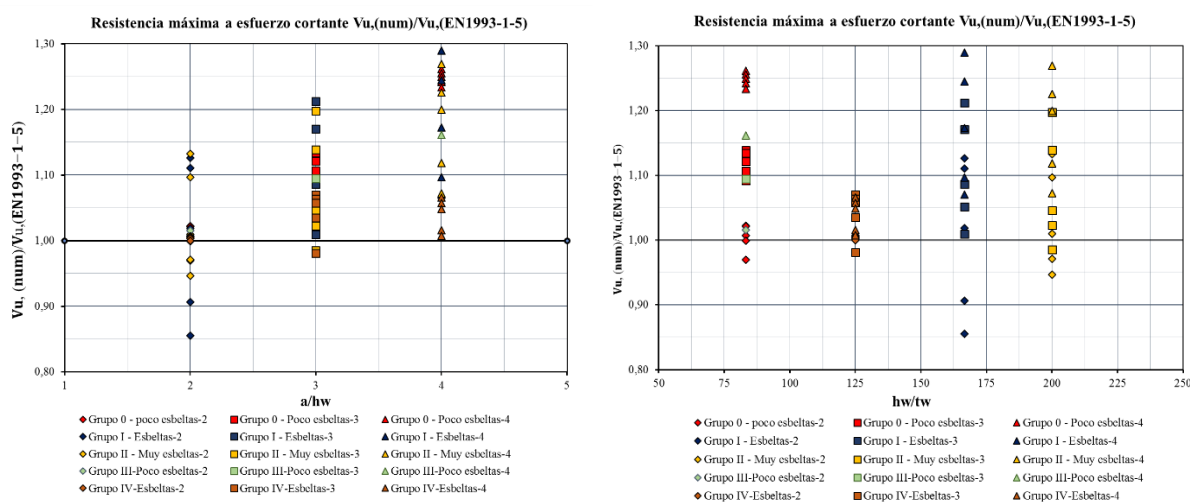


**Figura 4.27:**  $V_{u,num}/V_{u,EN1993-1-5}$  vs.  $\lambda_w$ .

#### 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO

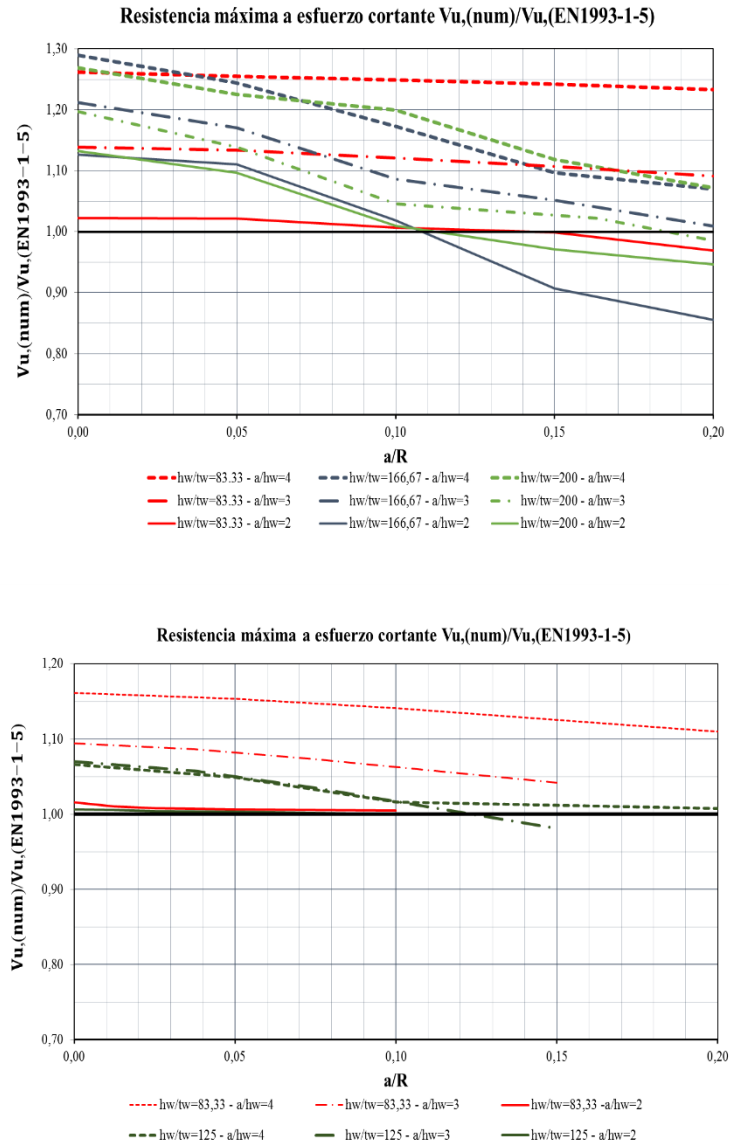
En un esquema similar se muestra en la Figura 4.28, (a) las gráficas en función de la relación de aspecto  $a/h_w$ , mostrando una fácil identificación de tendencias de resistencias última, donde las formulaciones son más conservadoras para relación de  $a/h_w = 4$  y para relaciones  $a/h_w = 2$  la formulación es parcialmente conservadora. Por último, un esquema similar se presenta en función de la esbeltez del alma (Figura 4.26 (b)). Se puede observar que la variación de las subestimaciones de la capacidad máxima por inestabilidad por esfuerzo cortante de las vigas con relación  $a/h_w = 4$  va variando de un lugar a otro de acuerdo a la esbeltez del alma.4

Del mismo modo, se observa una cierta tendencia al aumento de sobreestimación cuando  $h_w/t_w$  va disminuyendo. Hay que tener en cuenta que cada grupo presenta tres relaciones de aspecto, por lo tanto si se comprara los especímenes se podría decir que la mayor parte de los especímenes delgados conducen a una mayor subestimación de la capacidad última por inestabilidad por esfuerzo cortante.



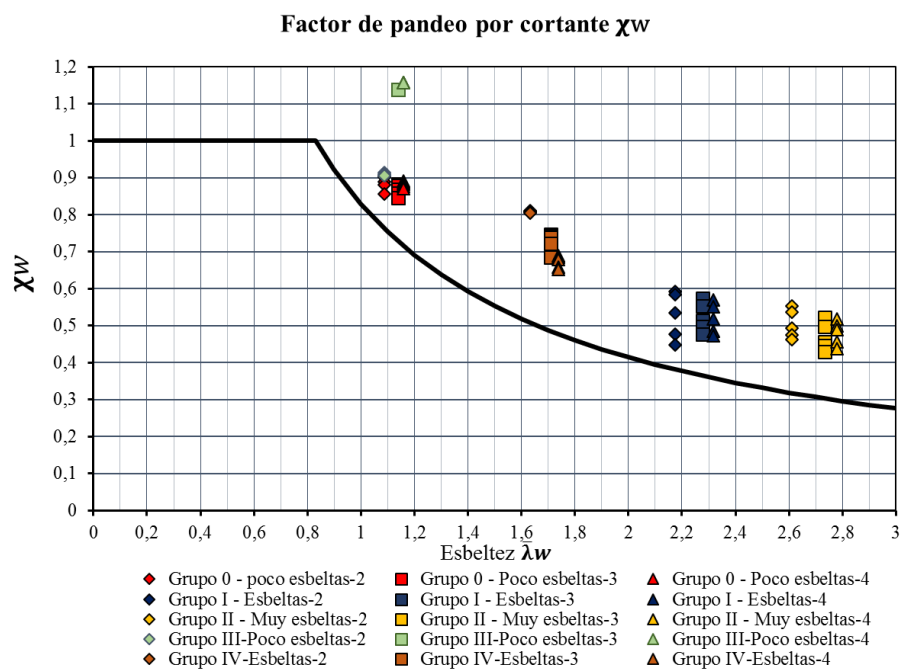
**Figura 4.28:**  $V_{u,num}/V_{u,(EN1993-1-5)}$   
(a) Relación de aspecto  $a/h_w$ . (b) Esbeltez del alma  $h_w/t_w$ .

Siguiendo el mismo esquema se muestra en la Figura 4.29 en función de la relación del radio de curvatura  $a/R$  y mostrando con líneas de tendencia el instante cuando las vigas pasan a lugares de subestimación de resistencia, adherido a la esbeltez  $h_w/t_w$  y relación  $a/h_w$ . La Figura 4.29 (a la izquierda) y (a la derecha) corresponde a las vigas de la familia uno y dos, respectivamente. Estas colocan como límite inferior una relación  $a/R = 0,10$  para estar del lado de la seguridad en el cálculo de la resistencia última esfuerzo cortante con la formulación del Eurocódigo para todas las relaciones de aspecto y esbelteces  $h_w/t_w$  investigadas.



**Figura 4.29:**  $V_{u,num}/V_{u,EN1993-1-5}$  vs. Relación radio de curvatura  $a/R$   
(a) Vigas Familia 1. (b) Vigas Familia 2.

Finalmente en este apartado se expone la Figura 4.30 donde se representó gráficamente la curva de contribución de resistencia última de los paneles de alma ( $\chi_w$ ) según esta descrita en la normativa EN1993-1-5-5.3 para vigas con extremo rígido. Las 75 vigas modeladas fueron insertadas en la curva con los pares ( $V_{u,num}/V_y$ ) vs. la esbeltez  $\bar{\lambda}_w$ , confrontando de esta manera los valores teóricos sin la contribución de las alas con la resistencia última de las vigas modeladas. Diferenciando una clara ubicación de todas las vigas modeladas por encima de la curva teórica, asegurando de esta manera que las vigas son estructuralmente seguras desde el punto de vista del diseño para los valores de las esbelteces estudiadas, sin considerar en la formulación el aporte de resistencia de las alas en la resistencia ultima a esfuerzo cortante.



**Figura 4.30:** Comparación de resistencia última en función de  $\chi_w$ .

### 5. Conclusiones y perspectivas futuras

#### 5.1. Resumen del trabajo de investigación

El objetivo de la actual tesis de maestría es el estudio de la inestabilidad por esfuerzo cortante de vigas armadas con curvatura horizontal, teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del material y no lineal geométrico incluyendo sus imperfecciones sobre la base de un modelo de elementos finitos utilizando el paquete computacional Ansys. Los resultados obtenidos fueron verificados con el estudio experimental y numéricos de otros autores que se encuentran en esta literatura.

Con el propósito de evaluar la resistencia última a esfuerzo cortante de las vigas armadas con curvatura horizontal, se llevó a cabo un estudio paramétrico con 75 especímenes con un conjunto de variables geométricas de las vigas, como las relaciones de aspecto, de esbeltez del alma comprendida entre  $h_w/t_w = 83,33$  y  $h_w/t_w = 200,00$ , distancia entre rigidizadores transversales entre  $a/h_w = 2$  y  $a/h_w = 4$  y, el parámetro fundamental del estudio, la curvatura comprendida entre  $a/R = 0$  (*viga recta*) hasta  $a/R = 0,20$ .

El análisis de los resultados se centra principalmente en la influencia de la curvatura horizontal en la inestabilidad elástica y la resistencia última a esfuerzo cortante de vigas armadas con curvatura horizontal. Estos resultados serán comparados con la ecuación de diseño del Eurocodigo 3 (EN1993-1-5) para predecir la resistencia última a esfuerzos cortantes de paneles estructurales de acero para vigas rectas.

#### 5.2. Conclusión

Las siguientes conclusiones se basan en los resultados experimentales y en los resultados numéricos de Shanmugam *et al.*(2003):

- Las directrices actuales de la norma EN1993-1-5 Anejo C permiten diseñar paneles curvos por el método elemento finito, obteniendo resultados numéricos satisfactorio respecto a ensayos experimentales.

## 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

---

- La respuesta estructural en cuanto la carga esfuerzo cortante aplicado vs. desplazamiento vertical de las vigas armadas con esbeltez  $h_w/t_w = 83,33$ , fue no lineal sólo ligeramente justo antes de llegar a la capacidad ultima a cortante aproximadamente a un 95 %. Para las vigas con esbeltez  $h_w/t_w = 166,67$ , se mantuvo un comportamiento estructural lineal hasta el 65 % de la carga ultima y para las vigas de  $h_w/t_w = 200,00$  se mantuvo comportamiento lineal hasta un 40 % de la carga ultima.
- El desplazamiento máximo radial del panel del alma fue de una magnitud similar en el nivel de carga última, cuando el radio de curvatura impuesto no supera  $a/R = 0,10$ , y con relaciones no mayores a  $a/h_w = 3$ . Los desplazamientos para estas relaciones de aspecto dependían únicamente de  $h_w$ .
- En todos los casos, la carga última a esfuerzo cortante parece estar asociada a la ductilidad del panel de alma a lo largo del campo diagonal de tensiones.
- En todos los modelos, independientemente de las relaciones  $h_w/t_w$ ,  $a/h_w$  y  $a/R$ , el inicio de la ductilidad del panel de alma (basado en el criterio de ductilidad von Mises y respuesta elástica de material isotrópico), se alcanzó aproximadamente entre 70 y 80 por ciento de la capacidad ultima a esfuerzos cortantes.
- En los modelos estudiados las alas no se encontraban con altos niveles de tensión hasta niveles cercanos de los esfuerzos de cortante último, encontrando mayor nivel de tensión después de sobrepasar el cortante último. Este comportamiento soporta conclusiones de otros autores (Lee y Yoo, 1999, entre otros) donde afirman el hecho que: (1) las alas no están altamente tensas hasta los niveles últimos de carga, y (2) las alas pueden proporcionar una contribución significativa a la resistencia ultima a esfuerzo cortante mediante el desarrollo de un mecanismo de colapso con la formación de rotulas plásticas.
- La reducción máxima de la resistencia al corte al final de la post carga ultima en todas las pruebas no fue del 20 %. Es decir, las vigas eran capaces de mantener su resistencia a esfuerzos cortantes en niveles cercanos al cortante máximo para deformaciones significativas más allá del nivel de carga última proporcionando así un rango de seguridad para evitar un colapso repentino.
- La teoría utilizada en EN1993-1-5 para predecir la resistencia última a esfuerzo cortante en vigas armadas rectas tenía éxito para la mayoría de los especímenes estudiados, donde se podría concluir que las vigas armadas con curvatura horizontal podrían ser diseñadas posterior al pandeo elástico crítico con las actuales normativas al menos al satisfacer los siguientes límites:

- $a/h_w \leq 4$
- $h_w/t_w \leq 200$
- $a/R \leq 0,10$

Se apreció que al utilizar la normativa EN1993-1-5, pero excluyendo el aporte de resistencia de las alas a la carga ultima, conllevaba a diseños más fiables para este tipo de vigas armadas con curvas horizontales, incluso con curvaturas superiores a  $a/R = 0,10$ . Se debe tener en cuenta que este tipo de formulación logra predecir el valor de resistencia última, más no el comportamiento estructural de vigas curvas.

### 5.3. Perspectivas Futuras

Es de tener en atención que a pesar del gran número de parámetros analizados en la investigación, no se pueden considerar como general. El trabajo tiene un rango de parámetros limitado y puede ser extendida a futuras investigaciones; especialmente para otras propiedades geométricas seccionales ( $b_f$ ,  $t_f$ ,  $h_w$ ,  $t_w$ ), propiedades de los materiales ( $f_{yw}$ ,  $f_{yf}$ ), relación de aspecto de alma ( $a/h_w$ ) y radio de curvatura en planta ( $R$ ).

Se debe realizar un estudio más detallado de las magnitudes de las tensiones y esfuerzos presentes en los paneles que conforman las vigas armadas para visualizar la influencia de la curvatura en ellos. Además se podrían complementar los estudios realizando incluyendo rigidizadores longitudinales en el panel del alma.

### 6. Referencias

- ABAQUS.** 2003. HKS. ABAQUS/standard version 6.3-1. Pawtucket (RI): Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
- AASHTO.** 2003. Guide specifications for horizontally curved steel girder highway bridges 2003 (GHC-4). AASHTO, Washington D.C.
- AASHTO.** 2005. LRFD Bridge Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials, Inc., Washington D.C.
- Bleich, F.** 1952. Buckling Strength of Metal Structures. Mc Graw-Hill, New York.
- Chacón Flores, R.** 2009. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads. Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya, Departament d'Enginyeria de la Construcció, Barcelona, España.
- Crisfield, M.** 1983. An arc-length method including line searches and accelerations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 19:1269-1289.
- Culver, C.G., Mariani, N., Mozer, J. & Brogan, D.** 1972. Instability of Horizontally Curved Members-Shear Buckling of Cylindrical Web Panels. Carnegie-Mellon University, Report to Pennsylvania Department of Transportation, June.
- Davidson, J.S.** 1996. Nominal Bending and Shear Strength of Curved Steel I-Girder Bridge Systems. Ph.D. dissertation. Auburn University, Auburn, AL, USA.
- EN1993-1-1.** 2006. Eurocode 3. Design of steel structures –Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN 2006.
- EN1993-1-5.** 2006. Eurocode 3. Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements CEN. 2006.
- Höglund, T.** 1971. Simply Supported Long Thin Plate I Girders Without Web Stiffeners Subjected to Distributed Transverse Load. *Proceedings of the Design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength Colloquium*, IABSE, London, 85-97.



## 6. REFERENCIAS

---

- Höglund, T.** 1998. Shear buckling resistance of steel and aluminium plate girders. *Thin-walled Structures*. 29:3-30.
- Jung, S.-K. & White, D. W.** 2006. Shear strenght of horisontally curved Steel I-girders – finite element analysis studies. *Journal of Constructional Steel Research*. 62: 329-342.
- Lee, S. C., Davidson, J. S., & Yoo, C. H.** 1996. Shear buckling coefficients of plate girder web panel. *Computers and Structures*. 59:789–795.
- Lee, S.C. & Yoo, C.H.** 1999. Strength of Curved I-Girder Web Panels under Pure Shear. *Journal of Structural Engineering*, ASCE. 125:847-853.
- Mathies, H. & Strang, G.** 1979. The solution of nonlinear finite elements equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 14:1613-1626.
- Mozer, J. & Culver, C.G.** 1970. Horizontally Curved Highway Bridges: Stability of Curved Plate Girders. *Report No. P1*, Prepared for U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, August, 95 pp.
- Mozer, J., Ohlson, R. & Culver, C.G.** 1971. Horizontally Curved Highway Bridges: Stability of Curved Plate Girders. *Report No. P2*, Prepared for U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, September, 121 pp.
- Mozer, J., Cook, J. & Culver, C.G.** 1973. Horizontally Curved Highway Bridges: Stability of Curved Plate Girders. *Report No. P3*, Prepared for U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, January, 111 pp.
- Nakai, H., Kitada, R., Ohminami, R. & Fukumoto, K.** 1984a. Experimental Study on Shear Strength of Horizontally Curved Plate Girders. *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*. 350: 281-290.
- Nakai, H., Kitada, T. & Ohminami, R.** 1984b. Experimental Study on Ultimate Strength of Web Panels in Horizontally Curved Girder Bridges Subjected to Bending, Shear, and their Combinations. *Proceeding, Annual Technical Session Meeting*, Structural Stability Research Council, San Francisco, CA, 91-102.
- Nakai, H., Kitada, T. & Ohminami, R.** 1985. "Experimental Study on Buckling and Ultimate Strength of Curved Girders Subjected to Combined Loads of Bending and Shear. *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*. 356:445-454.

## 6. REFERENCIAS

---

- Nakai, H., Kitada, T. and Ohminami, R.** 1985. A Proposition for Designing Intermediate Transverse Stiffeners in Web Plates of Horizontally Curved Girders. *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*. 362:249-257.
- Riks, E.** 1979. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids Structures*. 15:529-551.
- Shanmugam, N. E., Mahendrakumar, M. & Thevendran, V.** 2003. Ultimate load behavior of horizontally curved plate girders. *Journal of Constructional Steel Research*. 59:509-529.
- Southwell, R.V. & Skan, S.W.** 1924. On the Stability under Shearing Forces of a Flat Elastic Strip. *Proceedings of the Royal Society A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 105:582-607.
- Stein, M. & Neff, J.** 1947. Buckling Stress of Simply Supported Rectangular Flat Plates in Shear. NACA TN 1222.
- Timoshenko, S. P.** 1921. Über die Stabilität versteifter Platten. *Der Eisenbau*. 12:147-163.
- Timoshenko, S. P.** 1961. Theory of elastic stability. Second edition, McGraw-Hill Book Company. ISBN 0-07-085821-7.
- White, D.W., Zureick, A.H., Phoawanich, N., & Jung, S.-K.** 2001. Development of Unified Equations for Design of Curved and Straight Steel Bridge I Girders. Final report to American Iron and Steel Institute Transportation and Infrastructure Committee, Professional Services Industries, Inc., and Federal Highway Administration. Atlanta (GA): School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology. 551 pp.
- Zureick, A.H.** 1998. Horizontally Curved Steel I-Girders. Chapter 9, Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures 5 Edition. Structural Stability Research Council, T.V. Galambos (ed.), McGraw-Hill, New York. 365-382.
- Zureich, A., White, D. W., Phoawanich, N. & Park, J.** 2002. Shear strenght of horisontally curved Steel I-girders – experimental tests. Final Report. Professional Sercive Industries, Inc and Federal Highway Administration.

## ANEXO-A

Grup	Nº	Especímenes	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	R (mm)	$a$ (mm)	Ansys (kN)		EN1993-1-5 (kN)	
									V <sub>cr</sub>	V <sub>u</sub>	V <sub>cr</sub>	V <sub>u</sub>
0	1	1-0-VC-1-12-00-2	1.000	12	450	45,30	∞	2.000	3.118,15	2.221,10	2.079,36	2.172,52
	2	1-0-VC-1-12-05-2					40.000		3.136,65	2.219,60		
	3	1-0-VC-1-12-10-2					20.000		3.219,95	2.187,40		
	4	1-0-VC-1-12-15-2					13.333		3.345,60	2.143,40		
	5	1-0-VC-1-12-20-2					10.000		3.499,95	2.106,20		
	6	1-0-VC-1-12-00-3	1.000	12	450	45,30	∞	3.000	2.928,50	2.172,50	1.897,15	1.907,87
	7	1-0-VC-1-12-05-3					60.000		2.909,85	2.163,40		
	8	1-0-VC-1-12-10-3					30.000		3.219,95	2.139,40		
	9	1-0-VC-1-12-15-3					20.000		3.345,60	2.111,40		
	10	1-0-VC-1-12-20-3					15.000		3.075,90	2.082,40		
	11	1-0-VC-1-12-00-4	1.000	12	450	45,30	∞	4.000	2.853,20	2.192,2	1.833,38	1.737,54
	12	1-0-VC-1-12-05-4					80.000		2.820,50	2.181,2		
	13	1-0-VC-1-12-10-4					40.000		2.841,10	2.170,5		
	14	1-0-VC-1-12-15-4					26.667		2.873,95	2.157,6		
	15	1-0-VC-1-12-20-4					20.000		2.917,85	2.143,2		
I	16	1-1-VC-2-12-00-4	2.000	12	600	45	∞	4.000	1.591,20	2.910,00	1.039,68	2.583,81
	17	1-1-VC-2-12-05-4					80.000		1.614,95	2.870,00		
	18	1-1-VC-2-12-10-4					40.000		1.737,55	2.631,70		
	19	1-1-VC-2-12-15-4					26.667		1.872,20	2.342,00		
	20	1-1-VC-2-12-20-4					20.000		2.039,15	2.209,30		
	21	1-1-VC-2-12-00-6	2.000	12	600	45	∞	6.000	1.436,20	2.819,50	948,58	2.326,31
	22	1-1-VC-2-12-05-6					120.000		1.457,10	2.722,80		
	23	1-1-VC-2-12-10-6					60.000		1.516,90	2.526,50		
	24	1-1-VC-2-12-15-6					40.000		1.635,35	2.446,20		
	25	1-1-VC-2-12-20-6					30.000		1.694,85	2.348,30		
	26	1-1-VC-2-12-00-8	2.000	12	600	45	∞	8.000	1.359,95	2.805,90	916,69	2.175,91
	27	1-1-VC-2-12-05-8					160.000		1.385,50	2.708,00		
	28	1-1-VC-2-12-10-8					80.000		1.423,85	2.551,70		
	29	1-1-VC-2-12-15-8					53.333		1.480,95	2.385,70		
	30	1-1-VC-2-12-20-8					40.000		1.550,60	2.327,90		
II	31	1-2-VC-3-15-00-6	3.000	15	900	70	∞	6.000	2.052,25	5.104,90	1.353,75	4.508,02
	32	1-2-VC-3-15-05-6					120.000		2.144,85	4.944,00		
	33	1-2-VC-1-15-10-6					60.000		2.373,65	4.552,90		
	34	1-2-VC-1-15-15-6					40.000		2.623,30	4.376,50		
	35	1-2-VC-1-12-20-6					30.000		2.883,40	4.267,90		
	36	1-2-VC-1-15-00-9	3.000	15	900	70	∞	9.000	1.877,75	4.820,40	1.235,12	4.026,13
	37	1-2-VC-1-15-05-9					180.000		1.932,55	4.585,50		
	38	1-2-VC-1-15-10-9					90.000		2.040,25	4.211,10		
	39	1-2-VC-1-15-15-9					55.000		2.219,35	4.116,80		
	40	1-2-VC-1-15-20-9					45.000		2.334,80	3.966,60		
	41	1-2-VC-1-15-00-12	3.000	15	900	70	∞	12.000	1.877,75	4.773,50	1.193,61	3.761,77
	42	1-2-VC-1-15-05-12					240.000		1.873,75	4.609,50		
	43	1-2-VC-1-15-10-12					120.000		1.938,80	4.512,60		
	44	1-2-VC-1-15-15-12					80.000		2.030,40	4.205,90		
	45	1-2-VC-1-15-20-12					60.000		2.140,70	4.032,90		

## ANEXO

Grup	Nº	Especímenes	$h_w$	$t_w$	$b_f$	$t_f$	R	$a$	Ansys (kN)		EN1993-1-5 (kN)	
			(mm)	(mm)	(mm)	(mm)			V <sub>cr</sub>	V <sub>u</sub>	V <sub>cr</sub>	V <sub>u</sub>
III	46	1-3-VC-1-12-00-2	1.000	12	500	45	∞	2.000	3.123,25	2.250,00	2.079,36	2.215,85
	47	1-3-VC-1-12-05-2					160.000		3.117,55	2.238,90		
	48	1-3-VC-1-12-10-2					80.000		3.122,70	2.234,00		
	49	1-3-VC-1-12-15-2					40.000		3.144,40	2.229,30		
	50	1-3-VC-1-12-20-2					20.000		3.226,65	2.227,00		
	51	1-3-VC-1-12-00-3	1.000	12	500	45	∞	3.000	2.915,70	2.143,60	1.897,15	1.958,89
	52	1-3-VC-1-12-05-3					160.000		2.912,58	2.136,05		
	53	1-3-VC-1-12-10-3					80.000		2.909,45	2.128,50		
	54	1-3-VC-1-12-15-3					40.000		2.929,70	2.101,80		
	55	1-3-VC-1-12-20-3					20.000		3.005,85	2.041,30		
	56	1-3-VC-1-12-00-4	1.000	12	500	45	∞	4.000	2.837,90	2.101,80	1.833,38	1.809,67
	57	1-3-VC-1-12-05-4					160.000		2.832,18	2.094,65		
	58	1-3-VC-1-12-10-4					80.000		2.826,45	2.087,50		
	59	1-3-VC-1-12-15-4					40.000		2.846,10	2.065,30		
	60	1-3-VC-1-12-20-4					20.000		2.921,10	2.008,70		
IV	61	1-4-VC-1-8-00-2	1.000	8	500	45	∞	2.000	952,30	1.329,00	616,11	1.320,28
	62	1-4-VC-1-8-05-2					160.000		953,13	1.328,00		
	63	1-4-VC-1-8-10-2					80.000		953,95	1.326,00		
	64	1-4-VC-1-8-15-2					40.000		967,60	1.325,00		
	65	1-4-VC-1-8-20-2					20.000		1.017,00	1.320,00		
	66	1-4-VC-1-8-00-3	1.000	8	500	45	∞	3.000	887,45	1.226,20	562,12	1.146,12
	67	1-4-VC-1-8-05-3					160.000		893,78	1.219,20		
	68	1-4-VC-1-8-10-3					80.000		900,10	1.212,20		
	69	1-4-VC-1-8-15-3					40.000		900,10	1.186,30		
	70	1-4-VC-1-8-20-3					20.000		945,00	1.124,20		
	71	1-4-VC-1-8-00-4	1.000	8	500	45	∞	8.000	866,95	1.131,50	543,22	1.061,69
	72	1-4-VC-1-8-05-4					160.000		866,18	1.122,35		
	73	1-4-VC-1-8-10-4					80.000		865,40	1.113,20		
	74	1-4-VC-1-8-15-4					40.000		877,40	1.078,40		
	75	1-4-VC-1-8-20-4					20.000		919,80	1.070,00		